

# Bevezetés a fúziós plazmafizikába 8.

Mágnesesen összetartott plazma egyensúlya,  
instabilitások

Dr. Zoletnik Sándor, Pokol Gergő



KFKI-RMKI



M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2

BME NTI

---

*Bevezetés a fúziós plazmafizikába*

2019. október 29.

# Program

Dátum	Előadó	Cím
Szeptember 10	Pokol	Energiatermelés, fúziós reaktor felépítése, Lawson-kritérium, plazma alapok.
Szeptember 17	Pokol	Töltött részecskék ütközésmentes mozgása mágneses térben.
Szeptember 24	Pokol	Mágneses összetartás: konfigurációk.
Október 1	Veres	Termodinamikai egyensúly, ionizációs és sugárzási folyamatok plazmában.
Október 8	Pokol	Bevezetés mágnesezett plazmák elméleti leírásába: kinetikus elmélet, MHD.
Október 15	Pokol	Részecskék ütközése plazmában: ellenállás, transzport.
Október 22	Földes	Mikrorobbantásos fúzió.
<b>Október 29</b>	<b>Pokol</b>	<b>Mágnesesen összetartott plazma egyensúlya, instabilitások.</b>
November 5	Zoletnik	Laboratóriumi kísérletek: plazma előállítás, fűtés, plazma-fal kapcsolat.
November 12		BME TDK Konferencia
November 19	Zoletnik	Fúziós diagnosztika.
November 26	Zoletnik	Aktuális eredmények mágneses összetartású berendezéseknél.
December 3	Veres	Fúziós Útiterv
December 10	Raczkevi, Kedves, Aladi	Részecskegyorsítás lézerplazmával

# MHD egyensúly

MHD mozgásegyenlet:

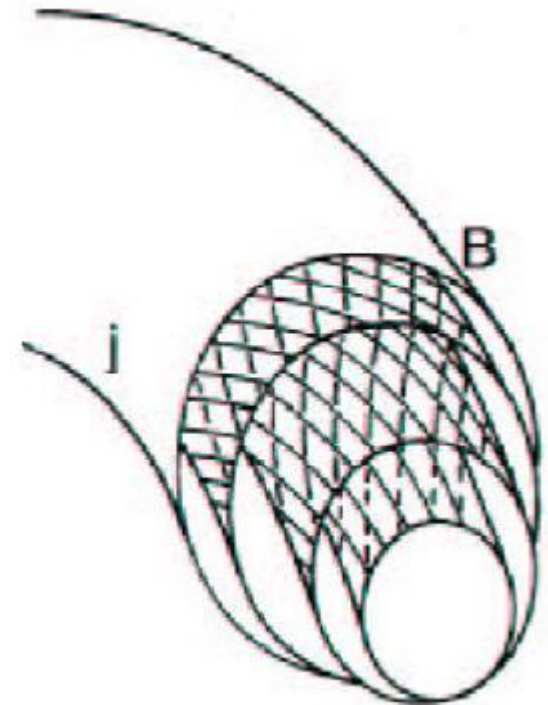
$$\rho_m \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \mathbf{j} \times \mathbf{B} - \nabla p$$

Egyensúlyban:

$$\nabla p = \mathbf{j} \times \mathbf{B}$$

Tehát:

$$\nabla p \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \nabla p \cdot \mathbf{j} = 0$$



**Mind az erővonalak, mind az áramfonalak izobár felületeken futnak.**

## MHD egyensúly

Plazmában:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} \quad \nabla p = \mathbf{j} \times \mathbf{B}$$

$$\nabla p = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{B} \times \mathbf{B}$$

$$\nabla \left( p + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) = \frac{1}{\mu_0} (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B}$$

Nagy sugárárányú esetben a jobb oldal elhanyagolható, a kinetikus nyomás ( $p$ ) változását a **mágneses nyomás** ( $B^2/2\mu_0$ ) változása egyenlíti ki..

Ha nem hagyjuk el a jobb oldalt  $\rightarrow$  **Grad-Shafranov-egyenlet.**

## MHD egyensúly - béta

$$\beta = \frac{p}{B^2/2\mu_0}$$

Toroidális és poloidális  $\beta$  értékek:

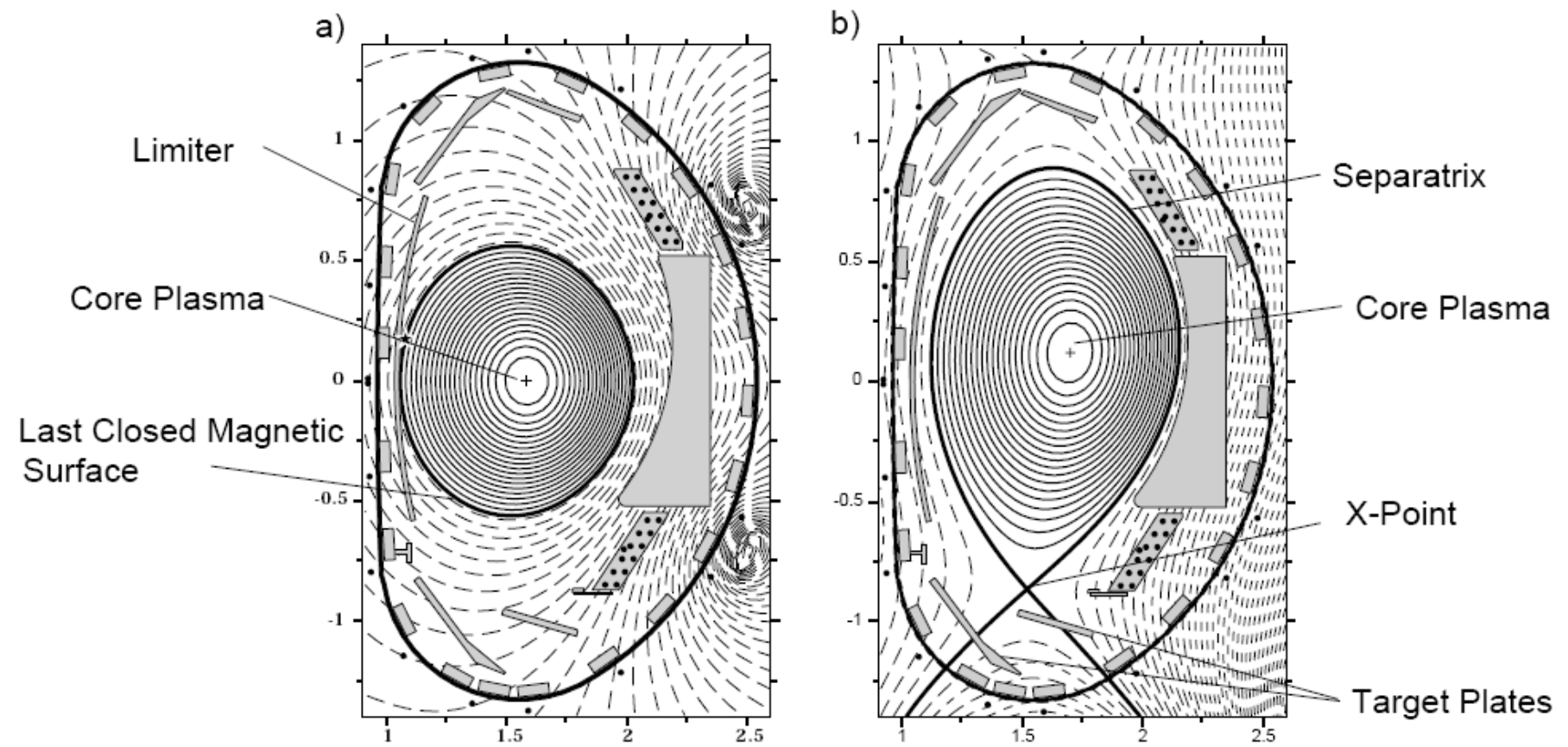
$$\beta_p = \frac{p}{B_p^2(r=a)/2\mu_0} \quad \beta_t = \frac{p}{B_t^2(r=0)/2\mu_0}$$

A  $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$  erő két forrásból származik:

- $\mathbf{j}_p \times \mathbf{B}_t$ : diamágneses áram és toroidális tér
- $\mathbf{j}_t \times \mathbf{B}_p$ : toroidális áram és poloidális tér (pinch effektus)

# A tokamakok mágneses felületei

Minden tokamak **limiter üzemmódban** indul, ami hasonlít a cirkuláris tokamakokra. Később váltanak **divertor üzemmódra**.

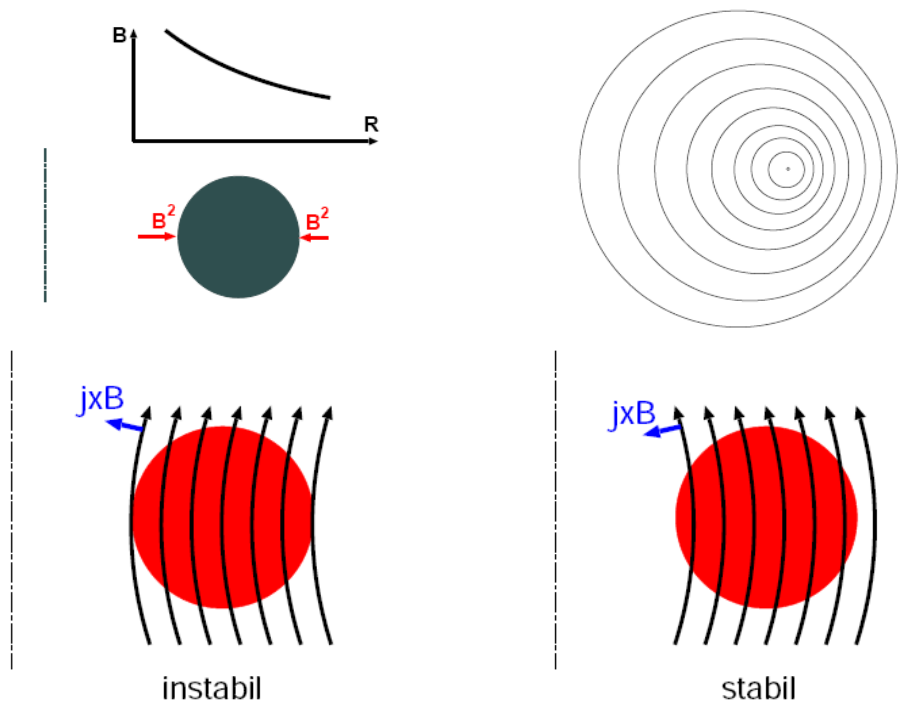


# A mágneses felületek egyensúlya

Toroidális geometriában a kinetikus és a mágneses nyomás is a mágneses felületek nagysugar menti eltolódását.

Sztellarátor esetén a külső mágneses felület nem mozdul, csak a belső felületek szenvednek **Shafranov-eltolódást** → próbálják kompenzálni.

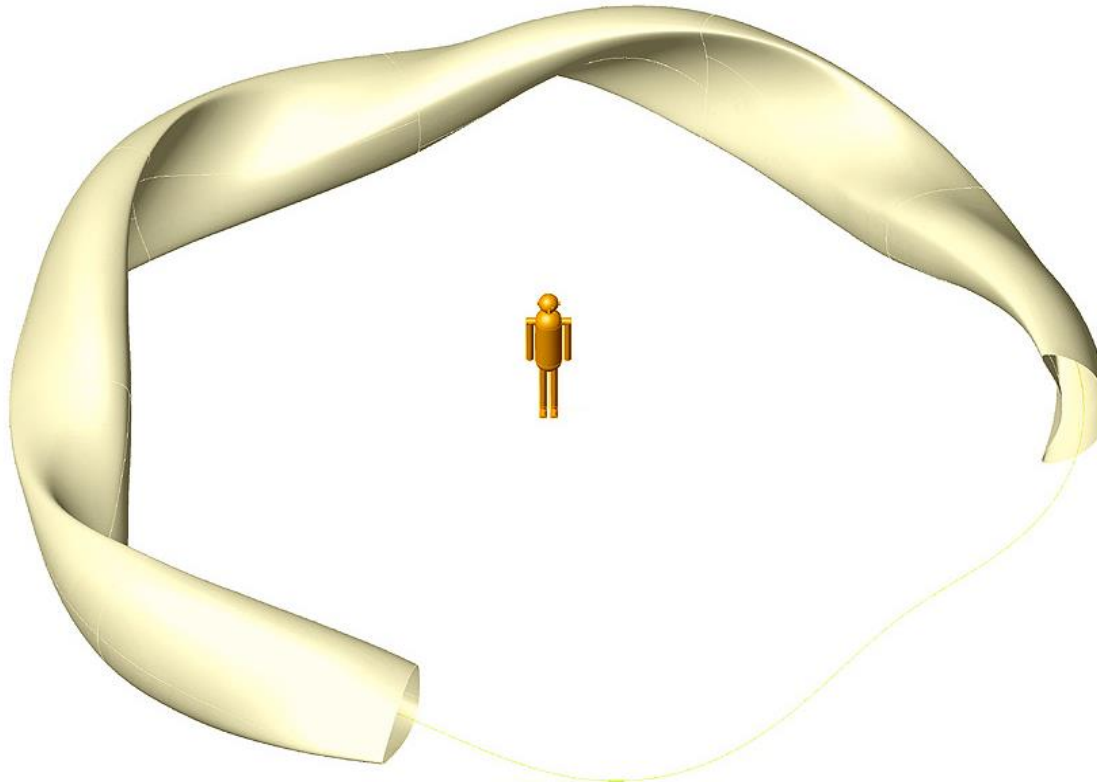
Tokamak esetén a külső mágneses felület is mozdul → **függőleges mágneses térrel** kompenzálnak.



## W7-X mágneses felületei

Toroidálisan szimmetrikus rendszerekben (tokamakok) mindig vannak egymásba ágyazott mágneses felületek.

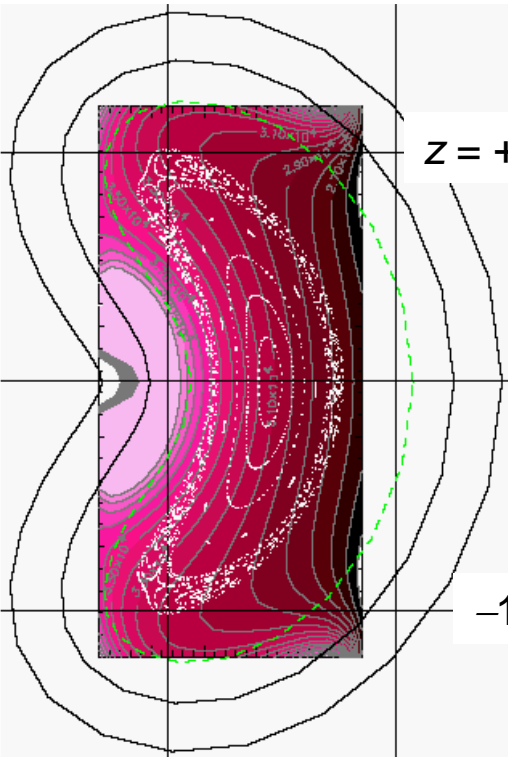
Általános, 3D rendszerekben (sztellarátorok) nem mindig, **keresni kell a megfelelő konfigurációt.**





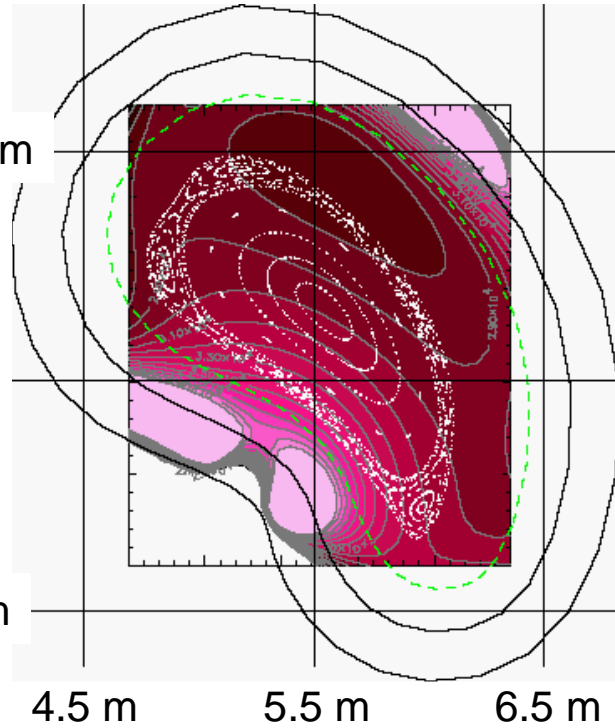
# W7-X mágneses felületei

$\varphi = 0^\circ$



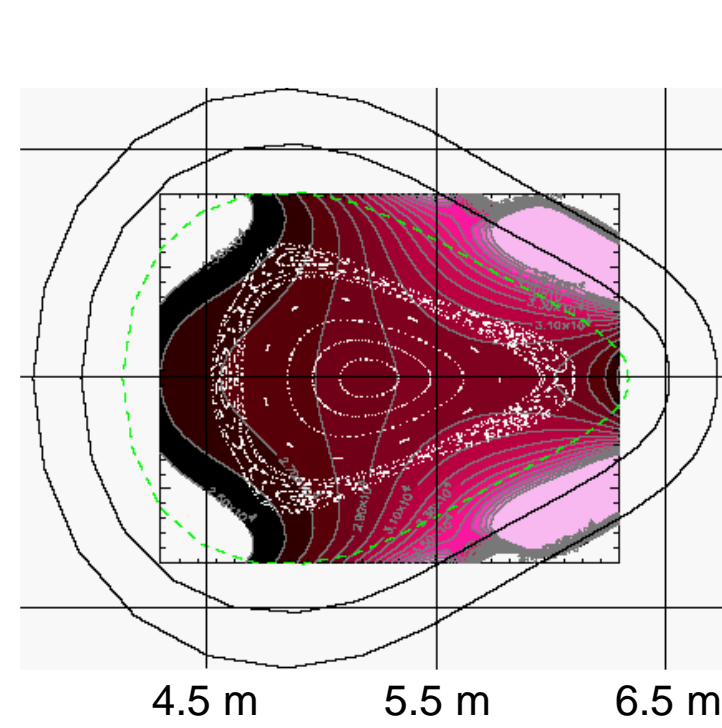
$R = 5.5 \text{ m}$        $6.5 \text{ m}$

$\varphi = 18^\circ$



$4.5 \text{ m}$        $5.5 \text{ m}$        $6.5 \text{ m}$

$\varphi = 36^\circ$



$4.5 \text{ m}$        $5.5 \text{ m}$        $6.5 \text{ m}$



$B = 2.5 \text{ T}$

$3.0 \text{ T}$

$3.5 \text{ T}$

$124.0 \text{ T}$

# Plazmahullámok

A fizikai képből indulunk ki:

- **k, E és B iránya**
- **elektrosztatikus és akusztikus hullámok:**
  - visszatérítő erő: elektromos tér, kinetikus nyomás
  - longitudinális hullámok
  - elektrosztatikus tér → többfolyadék elmélet
- **elektromágneses hullámok:**
  - visszatérítő erő: mágneses tér + elektromos tér (magas frekvencia), vagy kinetikus nyomás (alacsony frekvencia)
  - longitudinális és transzverzális hullámok
  - magas frekvencián többfolyadék, alacsony frekvencián MHD
- **elektron hullámok:**
  - magas frekvencia → az ionok állnak
- **ion hullámok:**
  - alacsony frekvencia → az elektronok tehetetlensége kicsi

# Általános módszer

Vesszük a folyadék egyenletek adott hullámhoz releváns alakját.



Linearizáljuk az egyenletrendszert az egyensúlyi állapot körül.

(pl.  $\nabla \cdot \nabla \nabla$  másodrendű)



Fourier–transzformáció térben, Laplace–transzformáció időben.

(perturbáció a  $s = se^{i(\mathbf{k}\mathbf{x} - \omega t)}$  alakban)



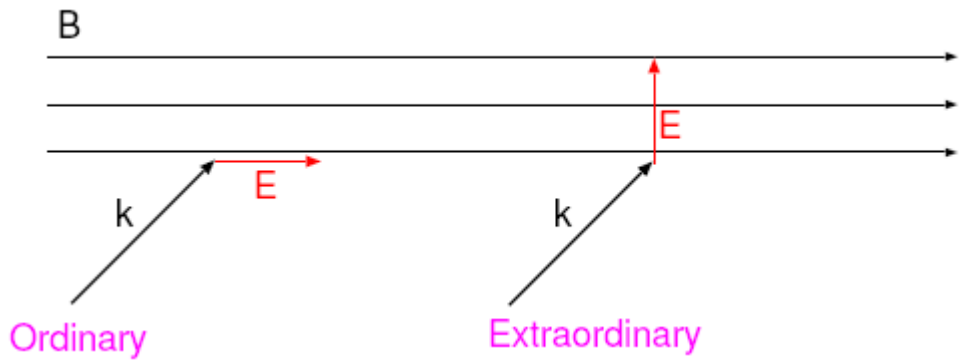
Kapunk egy lineáris algebrai egyenletet, aminek a megoldása a diszperziós reláció:

$$\omega = \omega(\mathbf{k})$$

A hullám fázissebessége:  $v_f = \omega/k$

A csoportsebesség:  $v_g = d\omega/dk$

# Ordinárius és extraordinárius hullámok

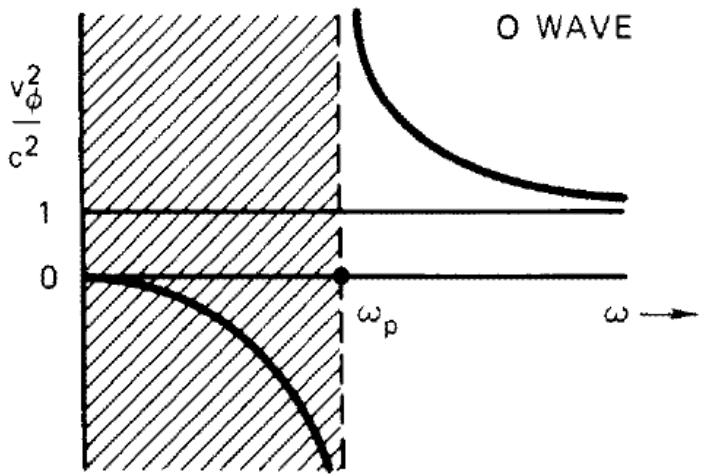


Az ordinárius esetben a  $B_0 = 0$  esetet kapjuk vissza, hiszen a  $v \times B_0$  erő nulla.

$$\omega_R = \frac{1}{2}[\omega_c + (\omega_c^2 + 4\omega_p^2)^{1/2}]$$

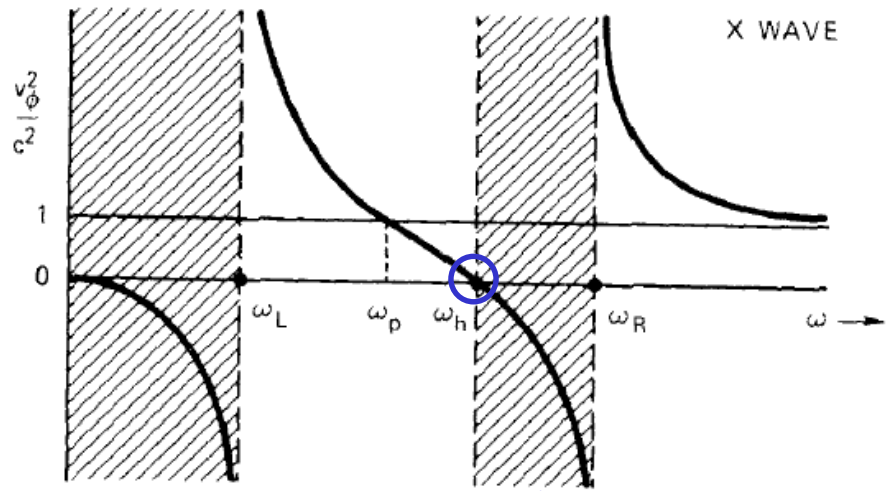
$$\omega_L = \frac{1}{2}[-\omega_c + (\omega_c^2 + 4\omega_p^2)^{1/2}]$$

levágás



levágás

levágás

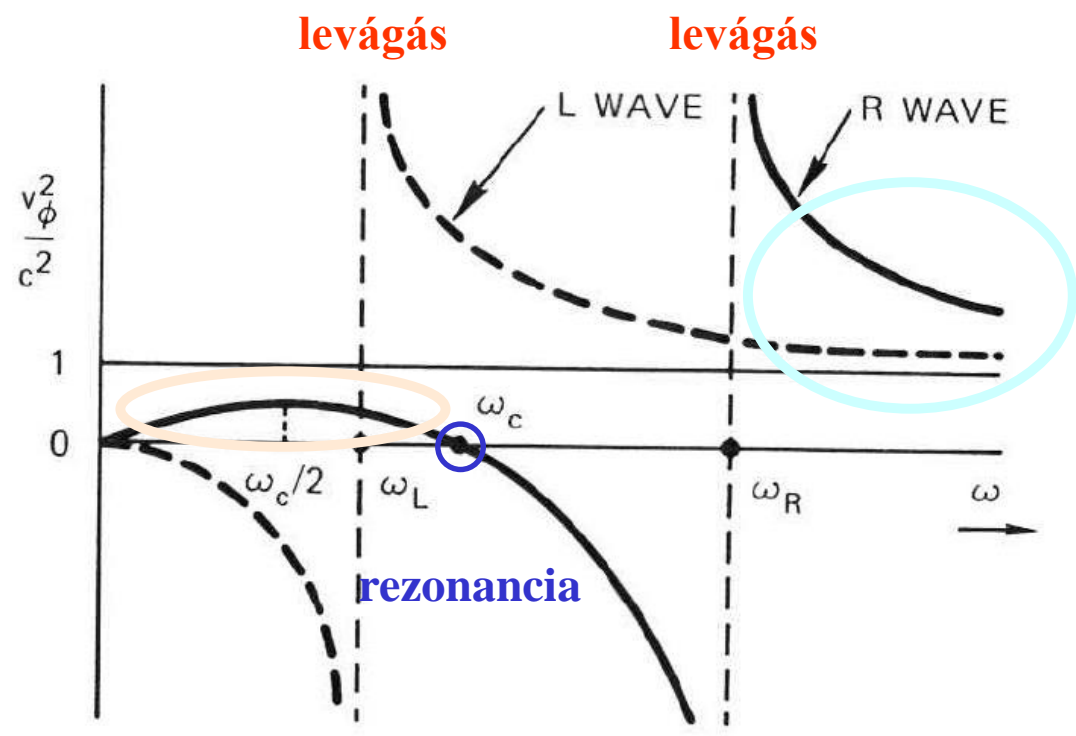
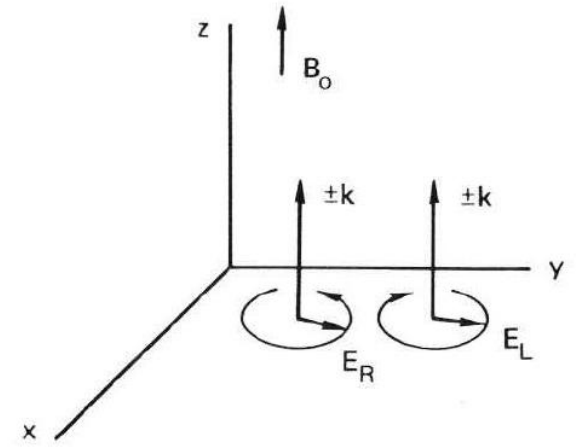


rezonancia

# R és L hullámok

R: jobbra cirkulárisan polarizált

L: balra cirkulárisan polarizált



**Fütyülő hullámok**

**Faraday-forgás**

## Instabilitások típusai

Valamilyen hajtóerő (szabadenergia) destabilizál egy hullámot.

**Áramlási instabilitások:** Egy nagyenergiájú részecskenyaláb vagy áram a plazmában  $\rightarrow$  egymáshoz képest különböző sebességű részecskepopulációk  $\rightarrow$  fázissebesség = részecskesebesség rezonancia.

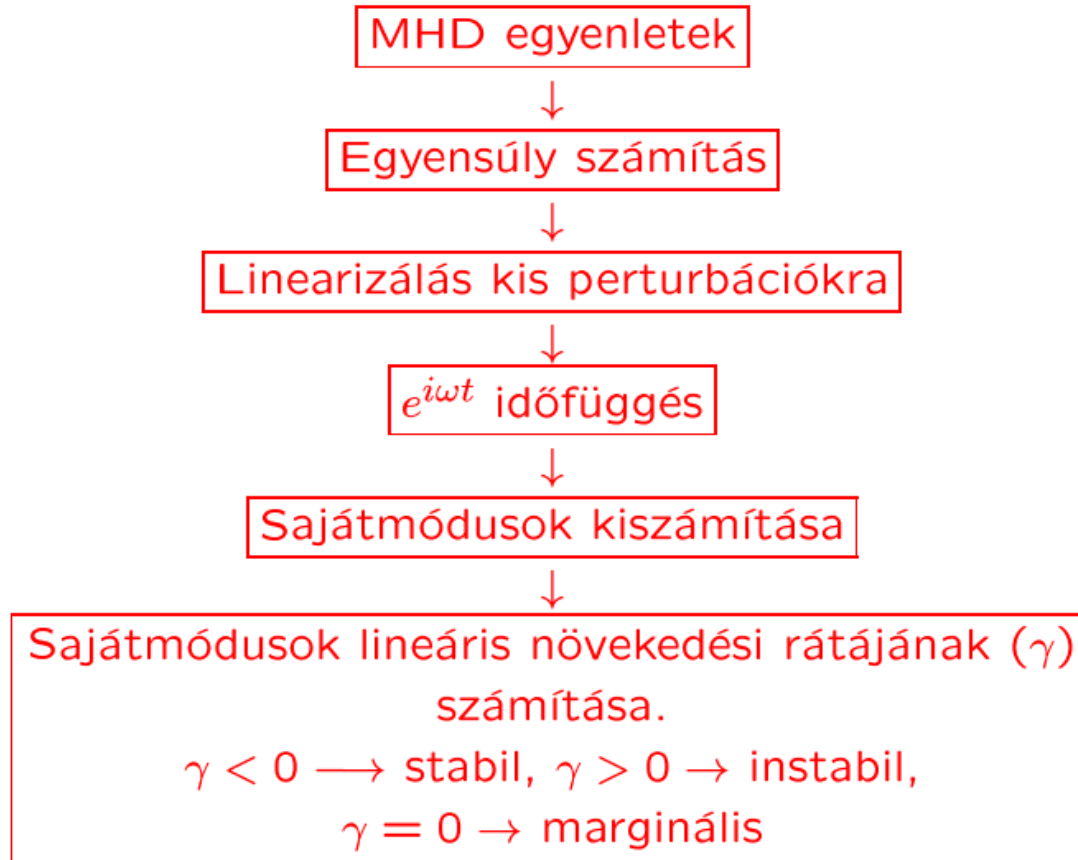
**Rayleigh–Taylor instabilitások:** Nehéz folyadék (plazma) egy könnyű folyadék (mágneses tér) alatt (erő iránya szabja meg)  $\rightarrow$  instabil egyensúly.

**Univerzális instabilitások:** Plazmaösszetartás  $\rightarrow$  nyomásgradiens  $\rightarrow$  mindig jelen van.

**Kinetikus instabilitások:** Nem–Maxwelli eloszlásfüggvények (pl.  $T_{\perp} \neq T_{\parallel}$ )  $\rightarrow$  destabilizál valamilyen rezonancián keresztül.

# Instabilitások számolása

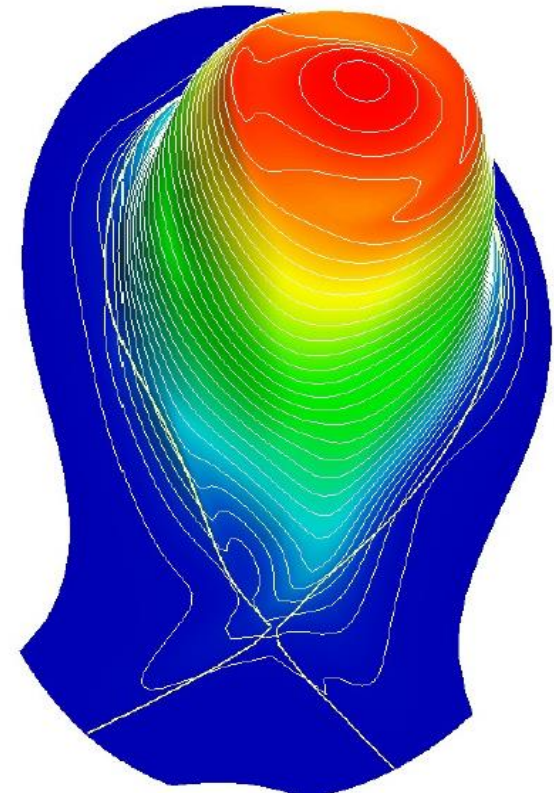
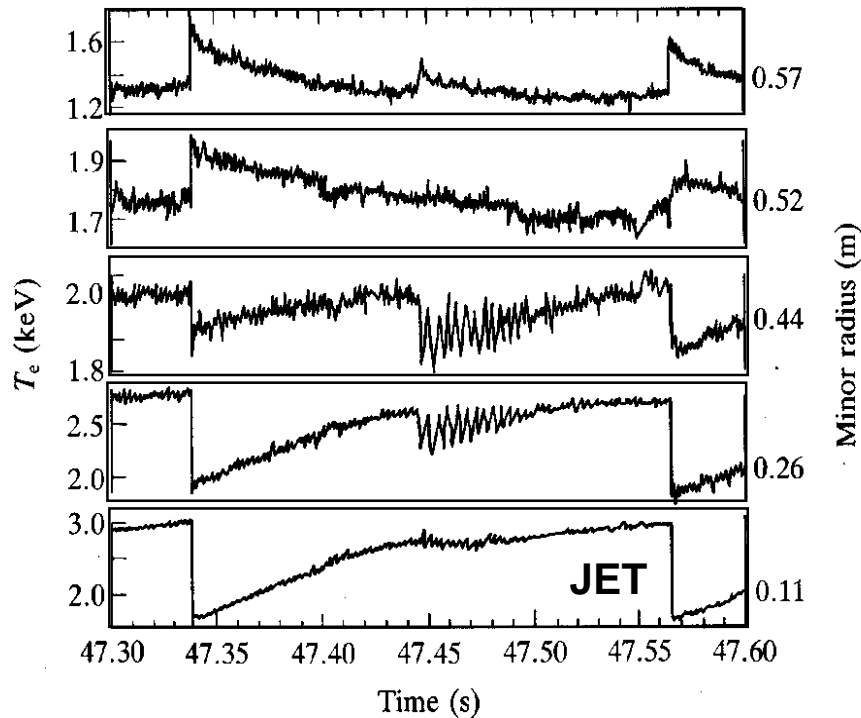
Időfüggő megoldások a különböző sajátmódusokra:



**Energiaelv:** Hogyan változik az összenergia az egyensúlytól történő kis eltérésre?

# Áram által hajtott MHD instabilitások

Adott  $B_t$ -re  $I_p$ -t korlátozzák az áram által hajtott MHD instabilitások.

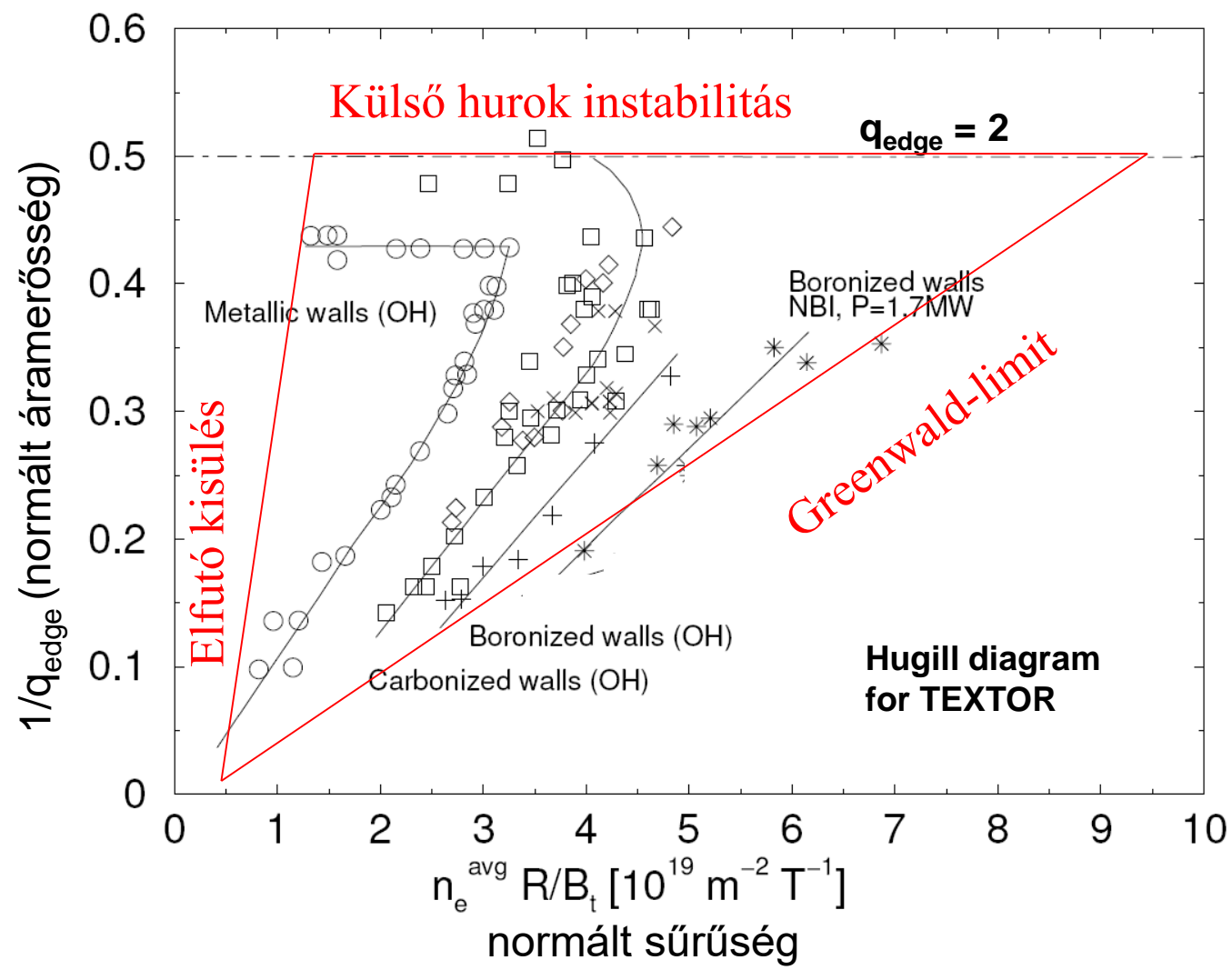


Biztonsági tényező korlátok  $q \sim (r/R) (B_{tor}/B_{pol})$

- $q < 1$ : a plazma mindenképpen instabil  $\rightarrow$  fűrészfog oszcilláció
- $q_{edge} \rightarrow 2$ , a plazma diszrupciót szenved el (külső kink) – maximális  $I_p$



# Hugill-diagram



# Troyon-limit

Nyomásgradiens által hajtott „Ballooning” instabilitások:  $\beta < a/(Rq^2)$

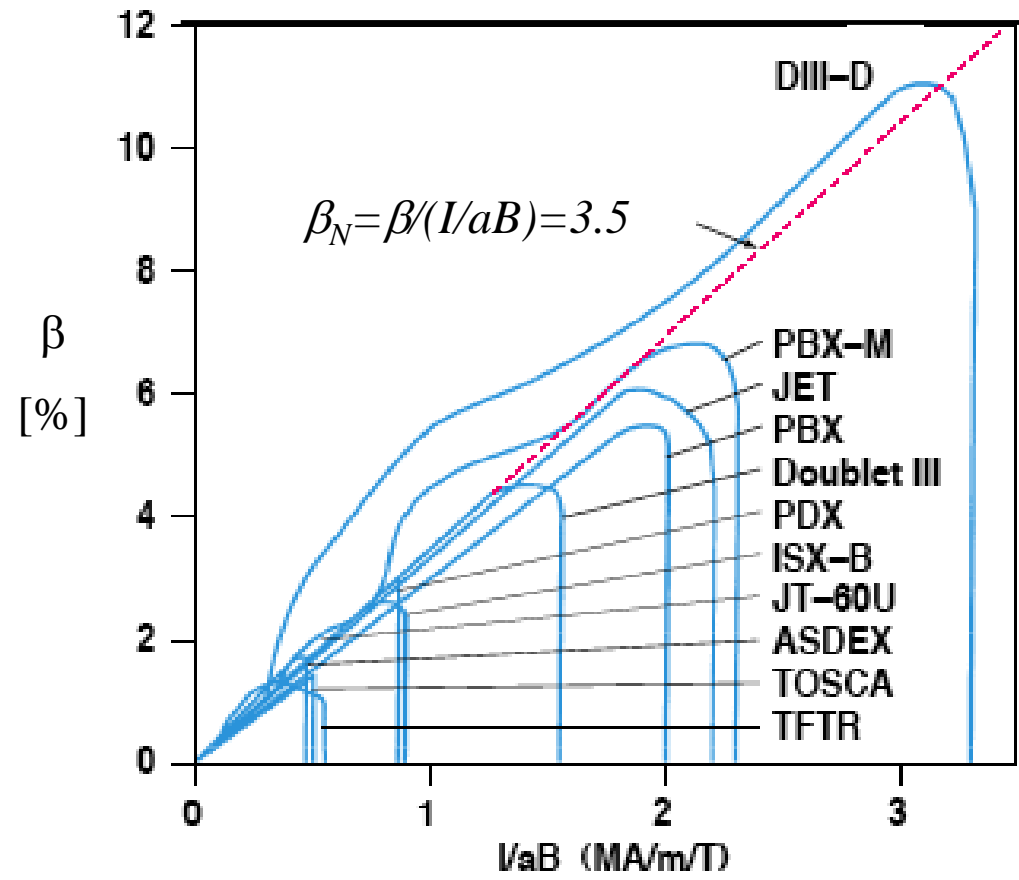
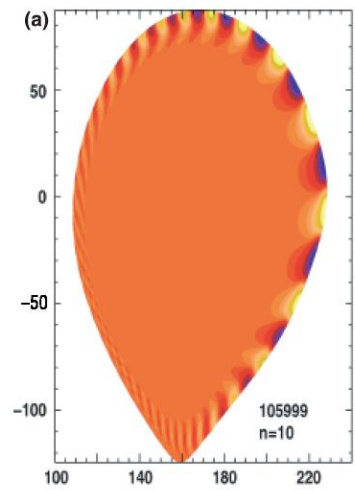
+ áram által hajtott MHD instabilitások →

**Troyon-limit:**  $\beta < g/(aB)$ ,

g: geometriai faktor

**Normalizált béta:**

$$\beta_N = \beta/(I/(aB))$$



# Rezisztív kink módusok

TM: tearing mode

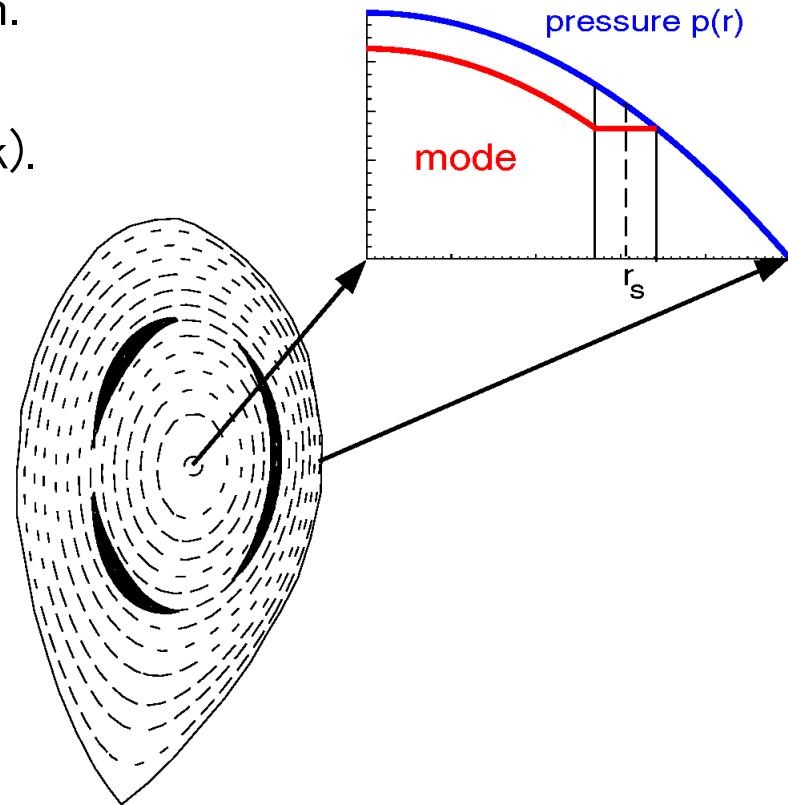
Rezisztív → Megváltoztatja a topológiát.

Mágneses szigetek → lapulás a profilban.

Toroidális szimmetria megtörése is okozhatja (sztellarátorok, hiba-terek).

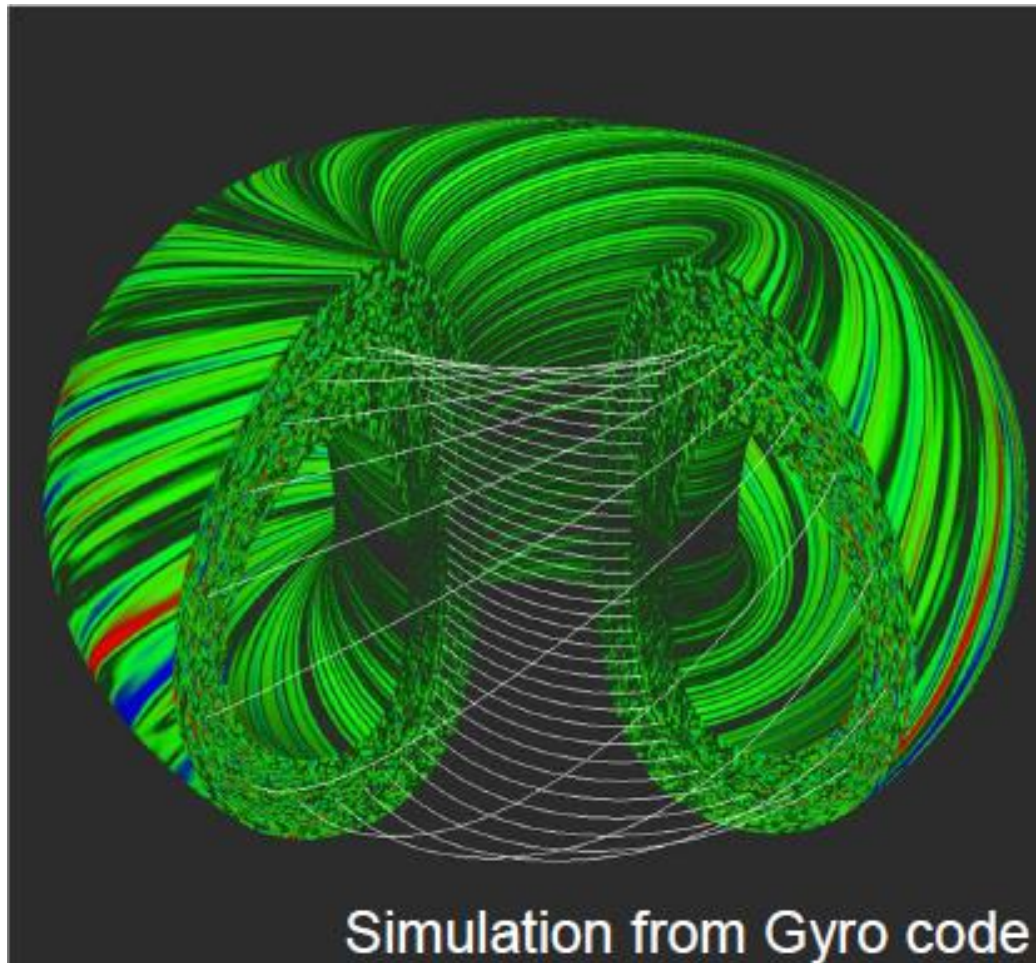
Ha a bootstrap áram kihagyása hajtja, akkor NTM.

Ha több összeér → ergodikus zóna.



# Mikroinstabilitások

Univerzális instabilitások a Larmor-sugár skáláján  
ITG, TEM, ETG – nemlineáris  $\rightarrow$  turbulencia



## Mikroinstabilitások

ITG: Ion Temperature Gradient driven mode

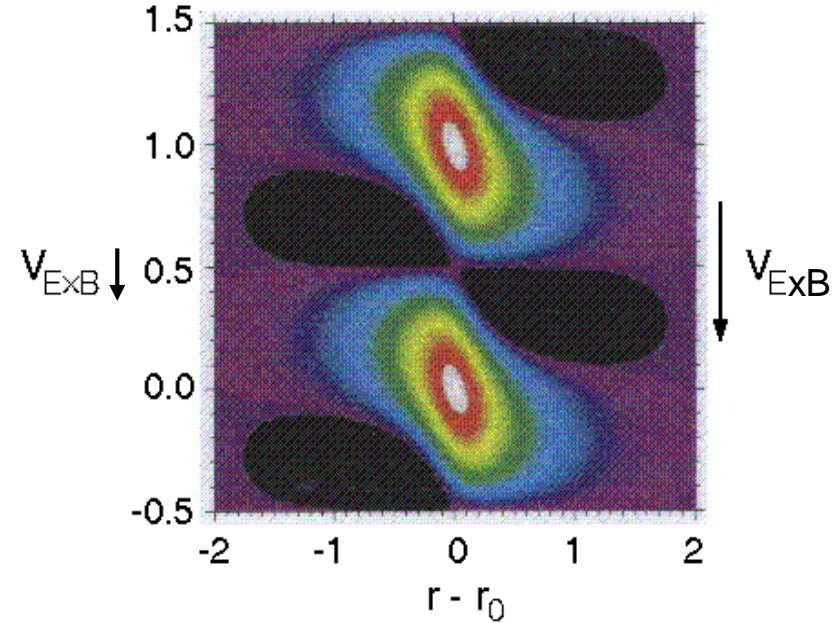
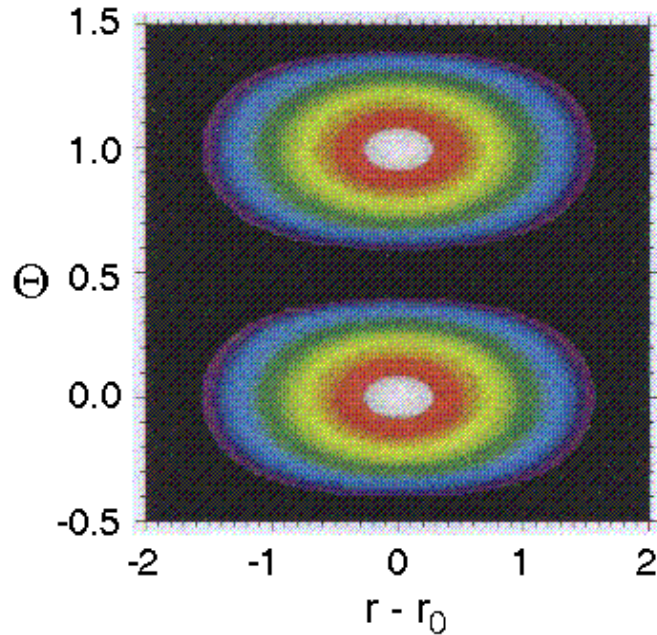
TEM: Trapped Electron Mode

ETG: Electron Temperature Gradient driven mode

Melyik okozza  
a transzportot?

### **GYRO ETG-ITG Simulations (c64x64.B.mu20)**

# Mikroinstabilitások



- egy keskeny, ( $\sim 1$  cm) rétegben nagyon gyors forgás ( $E = v \times B$  several 10s of kV/m)
- a nyírt áramlás elnyírja a turbulens struktúrákat
- kisebb struktúrák  $\rightarrow$  kisebb transzport ( $D \sim \delta r^2 / \tau_{decor}$ )  $\rightarrow$  **H-mód**

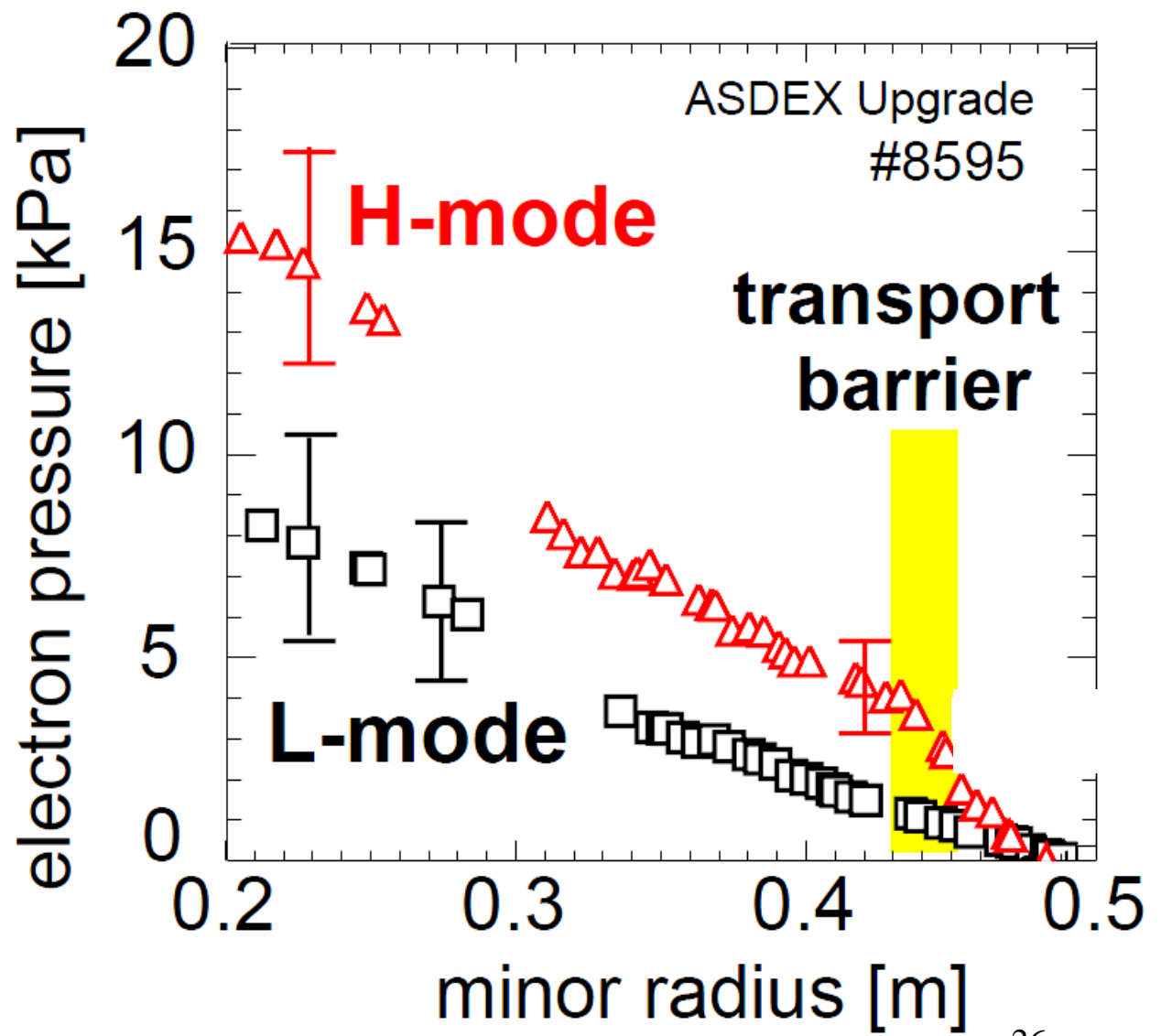


# L-mód H-mód

H-mód: high confinement mode

Feltételek:

- Jó fal
- Megfelelő sűrűség
- Nagy fűtési teljesítmény
- ...

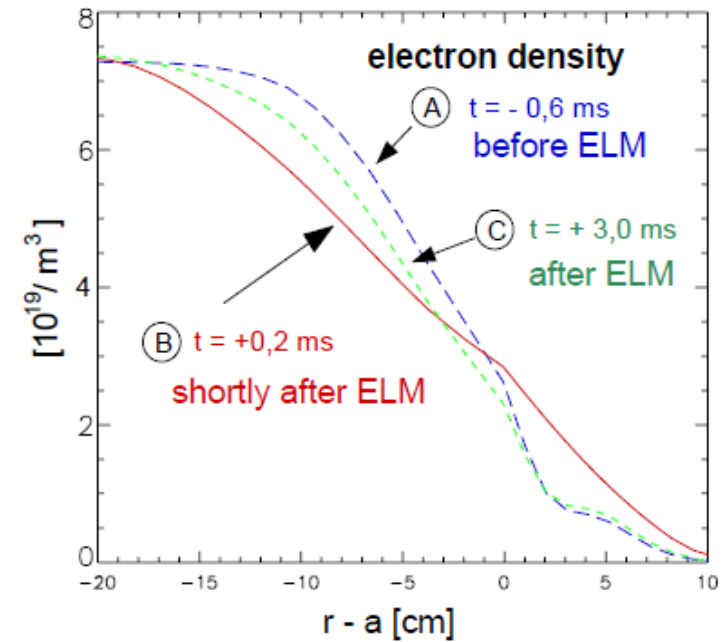
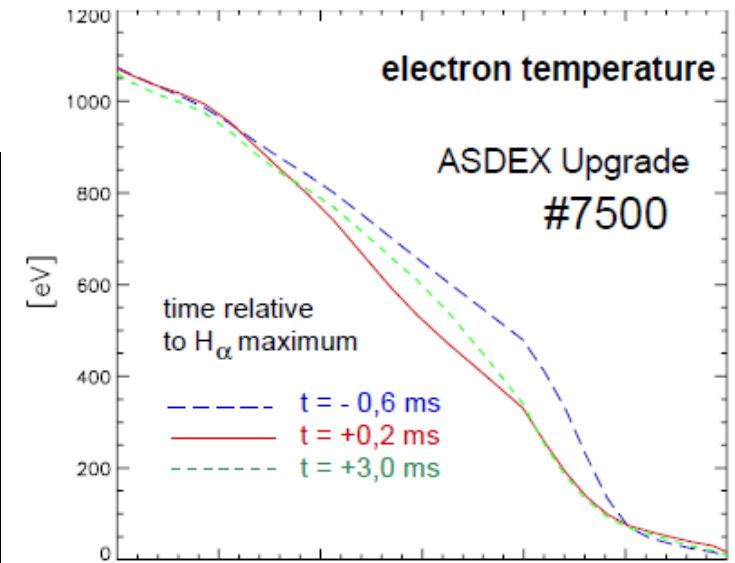


# ELM-ek



<https://www.youtube.com/watch?v=svrMsZQuZrs>

15872 001107





# ELM-ek

ELM: Edge localized mode  
 Plazmaszéli transzportgát  
 kváziperiodikusan lebomlik.

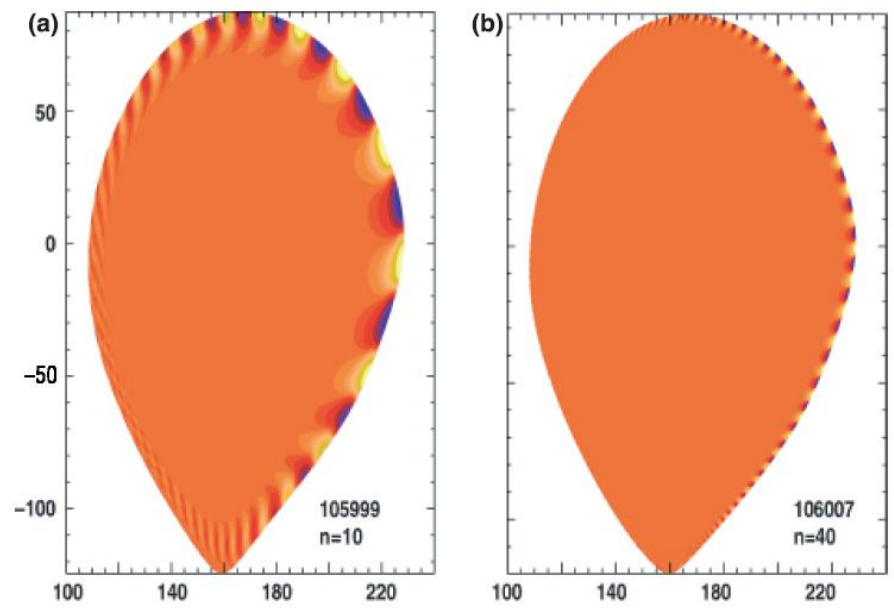
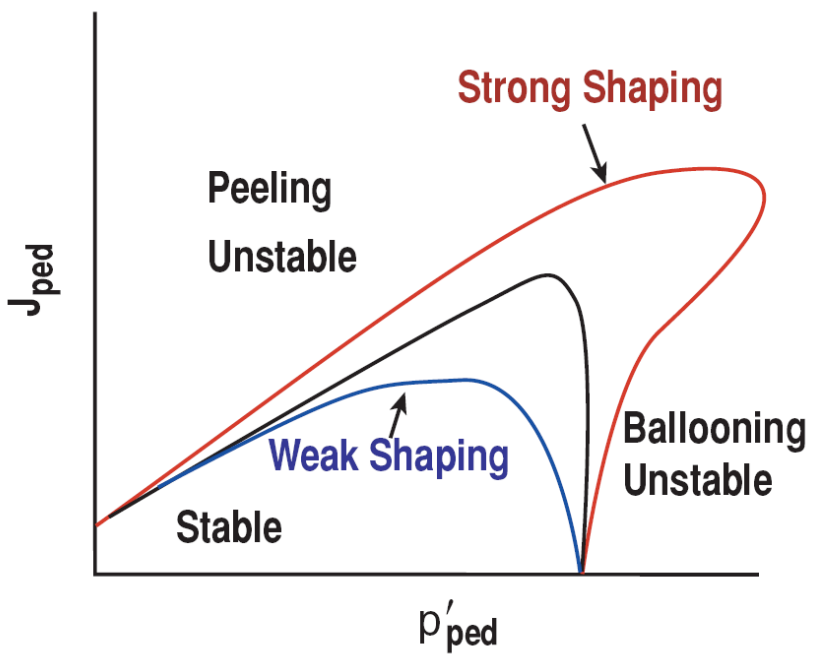


Figure 2. Unstable mode structures calculated by ELITE just before an ELM for (a) low density plasma with large ELMs (b) high density plasma with small ELMs.

# ITER - ELMs and how to control them

<https://www.youtube.com/watch?v=P9NuDdH3ZGg>