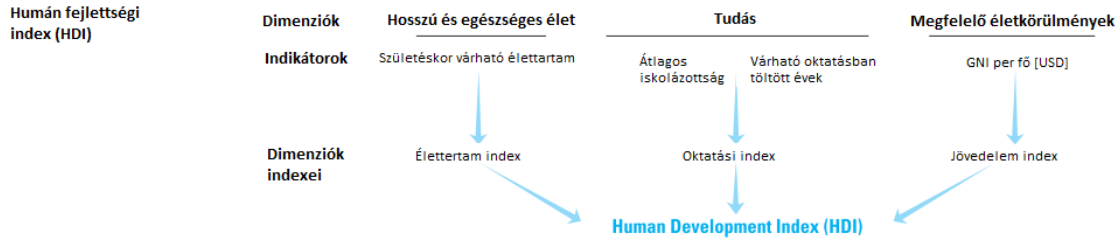


## Fenntartható fejlődés

### 1. A Humán Fejlettségi Index (HDI) meghatározása

Forrás: UNDP Human Development Report 2013, Technical notes  
[http://hdr.undp.org/sites/default/files/hdr\\_2013\\_en\\_technotes.pdf](http://hdr.undp.org/sites/default/files/hdr_2013_en_technotes.pdf)

Az humán fejlettségi indexek számítása - grafikus szemléltetés



#### Az index kiszámításának lépései

##### Első lépés: A dimenziók indexeinek kiszámítása

A minimum és maximum („goalpost”) értékekre azért van szükségünk, hogy a megfelelő adatokat 0 és 1 között mutatókká tudjuk alakítani. A maximum értékek a legmagasabb mért értékeket mutatják 1980 és 2012 között. A minimum értékek nem a mért legalacsonyabb, hanem a létfenntartáshoz szükségesnek vélt adatok.

A várható élettartam esetében ez 20 évet jelent, az iskolázottsági adatok tekintetében pedig mindkét esetben nullát. A bruttó nemzeti jövedelem (GNI) egy főre jutó mennyiségében pedig 100 dollárt évente. A nemzeti jövedelem nem tartalmazza azt a termelést, amelyet a népesség nem a piac, hanem saját maga részére folytat (pl. élelmiszertermelés saját felhasználásra), márpedig ez a legfejletlenebb gazdaságú országokra különösen jellemző, és emiatt kaphatunk ilyen alacsony nemzeti jövedelem értékeket.

Goalpost (minimum and maximum) értékek a számításokhoz		
	minimum	maximum
<b>Születéskor várható élettartam [év]</b>	20	83,57*
<b>Átlagos iskolában töltött idő [év]</b>	0	13,3**
<b>Az oktatásban töltött évek várható száma</b>	0	18
<b>GNI per fő [PPP \$]</b>	100	87 478 <sup>+</sup>
<b>Kombinált oktatási index</b>	0	0,971 <sup>++</sup>

\*Japán, 2012; \*\*USA, 2010; +Katar, 2012; ++Új-Zéland, 2010

A minimum és maximum értékek meghatározása után készen állunk a szükséges mutatók kiszámítására az alább általános képlet alapján:

$$\text{Dimenzió index} = \frac{\text{aktuális érték} - \text{minimum érték}}{\text{maximum érték} - \text{minimum érték}}$$

## Atomenergia és fenntartható fejlődés (BMETE809008) minta számítási feladatok

Az oktatási mutatók esetében az iskolázottságból és az oktatásban töltött évek várható számát is behelyettesítjük a képletbe, majd ezek mértani közepét véve, majd ezt újra elosztva a maximum és minimum index különbségével alakul ki a kombinált oktatási index értéke.

A második lépés a három dimenzió indexéből a Humán Fejlettségi Index (HDI) kiszámítása. Ezt a három mutatószám mértani közepeként kapjuk, azaz a három tényezőt összeszorozzuk, majd köbgyököt vonunk az eredményből:

$$HDI = \sqrt[3]{\text{Várható Élettartam Index}(LEI) \cdot \text{Jövedelem Index}(II) \cdot \text{Oktatási Index}(EI)}$$

Vegyük egy egyszerű példát, és számítsuk ki Ghána állam HDI indexét!

A szükséges mérőszámok Ghánára vonatkozóan	
Indikátor	Érték
Születéskor várható élettartam	64,6
Átlagos iskolázottsági idő	7,0
Az oktatásban töltött évek várható száma	11,4
GNI per fő [PPP \$]	1684

Ezek alapján kiszámíthatók a dimenzió indexek:

A várható élettartam index (Life Expectancy Index – LEI):

$$LEI = \frac{LE - \text{minimum } LE}{\text{maximum } LE - \text{minimum } LE} = \frac{64,6 - 20}{83,6 - 20} = 0,701$$

Az oktatási index (Education Index – EI):

$$\begin{aligned} \text{Iskolázottsági index} &= \frac{\text{átlagos iskolázottság} - \text{minimum}}{\text{maximum} - \text{minimum}} = \frac{7 - 0}{13,3 - 0} = 0,527 \\ \text{Várható iskolaévek index} &= \frac{\text{várható iskolaévek} - \text{minimum}}{\text{maximum} - \text{minimum}} = \frac{11,4 - 0}{18 - 0} = 0,634 \\ EI &= \frac{\sqrt{\text{Iskolázottsági index} \cdot \text{Várható iskolaévek}}}{\text{maximum oktatási index} - \text{minimum okt. index}} = \frac{\sqrt{0,527 \cdot 0,634}}{0,971 - 0} = 0,596 \end{aligned}$$

Jövedelem index (Income Index – II): A jövedelem index számításakor matematikai okokból a mennyiségek természetes alapú logaritmusával számolunk, ezeket helyettesítjük a képletbe.

$$II = \frac{\ln(\text{GNI per fő}) - \ln(\text{minimum } \frac{GNI}{f\ddot{o}})}{\ln(\text{maximum } \frac{GNI}{f\ddot{o}}) - \ln(\text{minimum } \frac{GNI}{f\ddot{o}})} = \frac{\ln(1684) - \ln(100)}{\ln(87478) - \ln(100)} = 0,558$$

Humán fejlettségi index (Human Development Index – HDI)

$$HDI = \sqrt[3]{0,701 \cdot 0,596 \cdot 0,417} = 0,558$$

## 2. Gini-index számolása

Egy faluban nyolcan laknak, a bevételeiket a következő táblázat foglalja össze:

Aladár	150 000 Ft	Elemér	300 000 Ft
Béla	300 000 Ft	Ferenc	420 000 Ft
Cecil	480 000 Ft	Géza	300 000 Ft
Dénes	150 000 Ft	Helén	300 000 Ft

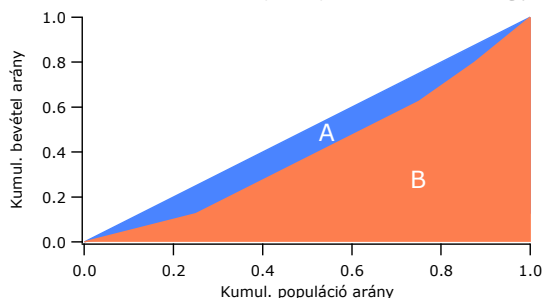
**Adja meg a kumulatív populáció eloszlást a bevételek szerint csoportokra bontva!**

Csoport	Kumulatív populáció arány
1 (Aladár, Dénes)	0,250
2 (Béla, Elemér, Géza, Helén)	0,750
3 (Ferenc)	0,875
4 (Cecil)	1,000

**Adja meg a kumulatív bevétel eloszlást csoportokra bontva!**

Csoport	Csoport bevétele	Kumulatív bevétel	Kumulatív bevétel arány
1 (A, D)	300 000 Ft	300 000 Ft	0,125
2 (B, E, G, H)	1 200 000 Ft	1 500 000 Ft	0,625
3 (F)	420 000 Ft	1 920 000 Ft	0,800
4 (C)	480 000 Ft	2 400 000 Ft	1,000

**Készítsen ábrát a kiszámolt eloszlásokból, jelölje a tökéletes egyenlőség esetét is!**



**Számolja ki a Gini-indexhez a releváns területeket!**

Csoport területek:

1	$= (0,250-0,000) \times (0,000 + (0,125-0,000)/2) =$	0,015625
2	$= (0,750-0,250) \times (0,125 + (0,625-0,125)/2) =$	0,187500
3	$= (0,875-0,750) \times (0,625 + (0,800-0,625)/2) =$	0,089063
4	$= (1,000-0,875) \times (0,800 + (1,000-0,800)/2) =$	0,112500
$\Sigma$ (= Narancs terület)		0,404688

A görbék alatti területek:

Kék+Narancs:	0,500000
Narancs:	0,404688
Kék:	0,095312

**A falu Gini-indexe:**  $\text{Kék}/(\text{Kék}+\text{Narancs}) = 0,095313/0,5 = \underline{\underline{0,190624}} = \underline{\underline{19,0624\%}}$

## Megújuló energiaforrások

3. Egy vízerőműben mekkora víz tömegáram, illetve térfogatáram szükséges 1 kW villamos teljesítmény előállításához, ha a víz függőlegesen 90 m magasságot esik? A teljes energiaátalakítási folyamatra feltételezzünk  $\eta=80\%$ -os átalakítási hatásfokot. A víz sűrűsége  $1000 \text{ kg/m}^3$ .

Potenciális energia:  $E_p = m \times g \times h$       $P$  [J]      $m$  [kg]      $g = 9,81 \text{ m/s}^2$       $h$  [m]

Mechanikai teljesítmény:  $P_m = \text{energia [J]/idő[s]}$

Egységnyi mechanikai teljesítmény:  $P_m = m \times g \times h / t = 1 \text{ kg} \times 9,81 \text{ m/s}^2 \times 90 \text{ m} / 1 \text{ s} = 882,9 \text{ kg m}^2/\text{s}^3 = 882,9 \text{ W}$

Egységnyi villamos teljesítmény:  $P_v = \eta \times P_m = 0,8 \times 882,9 \text{ W} = 706,32 \text{ W}$

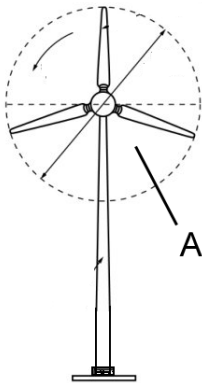
1 kW villamos teljesítményhez szükséges forgalom:

1 kW = 1000 W

$1000 \text{ W} / 706,32 \text{ W} = 1,415 \rightarrow 1,415 \times 1 \text{ kg/s}$  víz tömegáram szükséges.

$\rho_{\text{víz}} = 1000 \text{ kg/m}^3 \rightarrow 1,415 \text{ kg/s} / 1000 \text{ kg/m}^3 = 1,415 \text{E-03 m}^3/\text{s} = 1,415 \text{ l/s}$  víz térfogatáram szükséges.

4. a, Vezesse le, hogy egy szélturbina mekkora maximális fajlagos teljesítményre képes a szélsébség függvényében, ha a lapátok által bejárt terület  $A$ , az átlagos szélsébség  $v$ , és feltételezzük, hogy a szélirányra merőlegesen áll a szélkerék. A levegő sűrűsége  $1,2 \text{ kg/m}^3$ .



Az  $A$  [ $\text{m}^2$ ] felületen áthaladó légtömeg sebessége:  $v$  [ $\text{m/s}$ ]

Az  $A$  felületen egységnyi idő alatt áthaladó levegő térfogata:

$$\dot{V} \text{ [m}^3/\text{s]} = A \text{ [m}^2] \times v \text{ [m/s]}$$

A  $\dot{V}$  térfogatáramú levegő tömegárama (egységnyi idő alatt áthaladó levegő tömege), ha a levegő sűrűsége  $\rho$  [ $\text{kg/m}^3$ ]:

$$\dot{m} \text{ [kg/s]} = \rho \text{ [kg/m}^3] \times \dot{V} \text{ [m}^3/\text{s]}$$

Az  $A$  keresztmetszeten áthaladó levegő mozgási energiája:

$$E \text{ [J]} = 1/2 \times m \text{ [kg]} \times v^2 \text{ [m}^2/\text{s}^2]$$

## Atomenergia és fenntartható fejlődés (BMETE809008) minta számítási feladatok

Az egységnyi idő alatt áthaladó levegőmennyiség mozgási energiájából adódó teljesítmény:

$$P [W] = \dot{E} [J/s] = 1/2 \times \dot{m} [kg/s] \times v^2 [m^2/s^2] = 1/2 \times \rho [kg/m^3] \times \dot{V} [m^3/s] \times v^2 [m^2/s^2] = 1/2 \times \rho [kg/m^3] \times A [m^2] \times v [m/s] \times v^2 [m^2/s^2] = 1/2 \times \rho [kg/m^3] \times A [m^2] \times v^3 [m^3/s^3]$$

A szélturbina lapátjai által bejárt területre vett fajlagos teljesítmény:

$$p [W/m^2] = P [W] / A [m^2] = 1/2 \times \rho [kg/m^3] \times v^3 [m^3/s^3]$$

$\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$ , tehát:

$$p [W/m^2] = 1/2 \times 1,2 \text{ kg/m}^3 \times v^3 [m^3/s^3] = 0,6 \times v^3 \text{ (a sebességet m/s-ban megadva)}$$

kW-ban felírva:

$$p [kW/m^2] = 0,6E-03 \times v^3 = 6E-04 \times v^3 \text{ (a sebességet m/s-ban megadva)}$$

**b, Tegyük fel, hogy egy szélturbina esetén az elméleti maximális mechanikai átalakítási hatásfok 59% (azaz a szél mozgási energiáját ilyen hatásfokkal alakítja a szélturbina forgási energiájává).**

**Mennyi lesz a szélturbina fajlagos villamos teljesítménye ( $W/m^2$ ), ha az elméleti maximális mechanikai átalakítási hatásfok 70%-át éri el, a mozgásból villamos energiává alakítás energia-átalakítási hatásfoka 90%, a szélesebesség 10 m/s.**

2.a, szerint:

$$p [kW/m^2] = 6E-04 \times v^3, \text{ ahol } v \text{ a szélesebesség [m/s]}$$

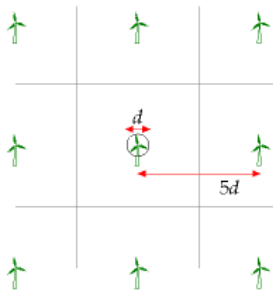
$$p_{\text{fajl}} = 0,7 \times 0,59 \times 0,9 \times 6E-04 \times v^3 = 0,7 \times 0,59 \times 0,9 \times 6E-04 \times 10^3 = 0,223 \text{ kW/m}^2 = 223 \text{ W/m}^2$$

**c, Mekkora átmérőjű szélkerék szükséges egy 5000 kWh éves villamosenergia-igényű háztartás számára, ha a szélkerék éves átlagos energiahozama  $250 \text{ kWh/m}^2$  ?**

$$5000 \text{ kWh} / 250 \text{ kWh/m}^2 = 20 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{kör}} = R^2 \pi \quad R = \sqrt{A_{\text{kör}} / \pi} = \sqrt{20 \text{ m}^2 / \pi} = 2,523 \text{ m} \quad D = 2R = 5,046 \text{ m}$$

**d, Szakértői becslések szerint szélturbinák nem állhatnak egymáshoz közelebb, mint a rotor átmérőjének ötszöröse, ellenkező esetben jelentős teljesítményromlással kell számolni. A b, részben megadott hatásfokokkal és szélesebességgel számolva mekkora fajlagos villamos teljesítményre képes a c, pontban meghatározott átmérőjű szélturbina az elfoglalt földterületre vetítve?**



Szélturbina teljesítmény/szükséges földterület =  $[0,7 \times 0,59 \times 0,9 \times 1/2 \times \rho \times v^3 \times D^2 \pi / 4] / [(5D)^2] = [0,37 \times 1/8 \times \rho \times v^3 \times D^2 \pi] / [25D^2] = 0,37 \times 1/8 \times 1,2 \times 1000 \times \pi / 25 = 6,97 \text{ W/m}^2$ ,  
tehát a fenti paraméterek mellett ekkora a szél erőmű földterületre vonatkoztatott fajlagos teljesítménye. Látható, hogy ez az érték nem függ a szélturbina átmérőjétől.

kép forrása: <http://www.withouthotair.com/>

5. A kaliforniai Geysers geotermikus erőmű területe  $70 \text{ km}^2$ . A felszín alatti réteg, mely hőhasznosításra alkalmas,  $2 \text{ km}$  vastag. A rétegben a hőmérséklet  $240 \text{ }^\circ\text{C}$ , a fajlagos hőkapacitás  $c=2,5 \text{ J/cm}^3\text{ }^\circ\text{C}$ .

a, Mennyi az összes tárolt hőenergia a rétegben, ha a felszínen az éves átlaghőmérséklet  $15 \text{ }^\circ\text{C}$  ?

A hőtároló réteg térfogata:

$$V = 70 \text{ km}^2 \times 2 \text{ km} = 140 \text{ km}^3 = 140 \times (10^5 \text{ cm})^3 = 140 \times 10^{15} \text{ m}^3 = 1,4\text{E}+17 \text{ cm}^3$$

A tárolt hő mennyisége:

$Q = V \times c \times \Delta T$ , ahol  $\Delta T$  a minimális és maximális hőmérsékletérték közötti különbség.

$$Q = 1,4\text{E}+17 \text{ cm}^3 \times 2,5 \text{ J/cm}^3\text{ }^\circ\text{C} \times (240 \text{ }^\circ\text{C} - 15 \text{ }^\circ\text{C}) = 1,4\text{E}+17 \text{ cm}^3 \times 2,5 \text{ J/cm}^3\text{ }^\circ\text{C} \times 225 \text{ }^\circ\text{C} = 7,875 \text{ E}+19 \text{ J.}$$

b, Mennyi időre elegendő energiaforrást jelent ez egy  $2000 \text{ MW}_e$  villamos teljesítményű erőmű számára, ha a hőenergia  $1,9\%$ -a alakítható villamos energiává? Feltételezzük, hogy a kimerítéshez képest a hő újratermelődése elhanyagolható ütemű.

1 év alatt termelt villamos energia:

$$E = 1 \text{ év} \times 2000 \text{ MW}_e = 2000 \text{ MW}_e\text{év} (= 8760 \text{ óra} \times 2000 \text{ MW} = 1,752\text{E}+7 \text{ MW}_e\text{h})$$

Ez a felhasznált hőenergia  $1,9\%$ -a

$$Q_{1\text{év}} = 2000 \text{ MW}_e\text{év} / 0,019 = 105\,263 \text{ MW}_{\text{th}}\text{év} = 1,05\text{E}+11 \text{ W}_{\text{th}}\text{év} (= 9,2 \text{ E}+14 \text{ W}_{\text{th}})$$

Joule-ban kifejezve

$$Q_{1\text{év}} = 2000 \text{ MW}_e\text{év} / 0,019 = 105\,263 \text{ MW}_{\text{th}}\text{év} = 1,05\text{E}+11 \text{ J}_{\text{th}}/\text{s} \times \text{év}$$

$$1 \text{ év} = 8760 \text{ óra} = 8760 \times 60 \times 60 \text{ s} = 3,15\text{E}+7 \text{ s}$$

1 éves kihasznált hőmennyiség:

$$Q_{1\text{év}} = 1,05\text{E}+11 \text{ J}_{\text{th}}/\text{s} \times 3,15\text{E}+7 \text{ s} = 3,3075 \text{ E}+18 \text{ J}$$

Hány évre elegendő:

$$Q / Q_{1\text{év}} = 7,875 \text{ E}+19 \text{ J} / 3,3075 \text{ E}+18 \text{ J} = 23,8$$

Tehát **23,8 év** alatt meríti ki egy  $200 \text{ MW}_e$  teljesítményű erőmű ezt a geotermikus energiaforrást.

6. Napelemtáblákkal fedik be Londonban a Temzén átívelő Blackfriars vasúti hidat, a világ egyik legnagyobb városi naperőművét létrehozva. A napemeles híd évente  $900\,000 \text{ kWh}$  villamos energiát fog előállítani.

a, Mennyi a híd-naperőmű éves átlagos teljesítménye, ha nem vesszük figyelembe a napsütéses órák számát?

$$900\,000 \text{ kWh} / 1\text{év} = 900\,000 \text{ kWh} / 8760\text{h} = 102,7 \text{ kW}_e \text{ éves átlagos villamos teljesítmény.}$$

b, Angliában az éves átlagos napos órák száma  $1340 \text{ óra/év}$ . Ezt figyelembe véve mennyi a híd-naperőmű átlagos villamos teljesítménye?

$$900\,000 \text{ kWh} / 1340\text{h} = 672 \text{ kW}$$

**c, Magyarországon az éves átlagos napos órák száma 2000 óra/év, a Szaharában 4300 óra/év. Ha a londoni hídra épített napelemek átlagos teljesítménye 12.b, szerint 672 kW, mennyi villamos energiát állítana elő Magyarországon, illetve a Szaharában?**

Magyarországon:

$$672 \text{ kW} \times 2000 \text{ óra} = 1\,344\,000 \text{ kWh} = 1344 \text{ MWh}$$

a Szaharában:

$$672 \text{ kW} \times 4300 \text{ óra} = 2\,889\,600 \text{ kWh} = 2889,6 \text{ MWh}$$

**d, A beépített berendezés névleges villamos kapacitása 1,103 MW, a beruházás teljes költsége 11 millió USD. Mennyi a fajlagos beruházási költség?**

$$11 \text{ millió USD} / 1,103 \text{ MWe} = 9,973 \text{ millió USD/MWe} = 9973 \text{ USD/kWe}$$

**7. Mekkora területű tározó tóra van szükség egy szivattyús-tározós erőmű esetén, ha 100 GWh villamos energia előállítását szeretnénk elérni, az esési szintkülönbség 100 m, és a generátorok energia-átalakítási hatásfoka  $\epsilon=0,9$ , a víz sűrűsége  $1000 \text{ kg/m}^3$ ? Mekkora lesz a szükséges terület, ha csak 75 m esés használható ki? A tervezett tározótó mélysége átlagosan 15 m lesz.**

$$\text{Igényelt villamos energia: } E = 100 \text{ GWh} = 10^{11} \text{ Wh} = 10^{11} \text{ J/s} \times 3600 \text{ s} = 3,6 \times 10^{14} \text{ J}$$

$$\text{Az ehhez szükséges mechanikai munka: } W_m = E/\epsilon = 3,6 \times 10^{14} \text{ J} / 0,9 = 4 \times 10^{14} \text{ J}$$

$$\text{Mechanikai munka: } W_m = V \times \rho \times g \times h$$

A tározó szükséges térfogata:

$$V = W_m / (\rho \times g \times h) = 4 \times 10^{14} \text{ J} / (1000 \times 9,81 \times 100) = 4,07 \times 10^8 \text{ m}^3$$

A tározótó szükséges alapterülete:

$$A = V/m = 4,07 \times 10^8 \text{ m}^3 / 15 \text{ m} = 2,7 \times 10^7 \text{ m}^2 = 27 \text{ km}^2$$

75 m esés esetén:

$$V = W_m / (\rho \times g \times h) = 4 \times 10^{14} \text{ J} / (1000 \times 9,81 \times 75) = 5,43 \times 10^8 \text{ m}^3$$

75 m esés esetén a tározótó szükséges alapterülete:

$$A = V/m = 5,43 \times 10^8 \text{ m}^3 / 15 \text{ m} = 3,6 \times 10^7 \text{ m}^2 = 36 \text{ km}^2$$

**8. Pakson egy négyblokkos, 2000 MW(e) teljesítményű atomerőmű üzemel, az év 90 %-ában maximális teljesítménnyel.**

- a) Számítsuk ki, hogy hány darab 3 MW-os névleges teljesítményű szélturbinával állítható elő ugyanannyi energia, ha a szélturbinák átlagos kihasználtsága 25%.

Az atomerőműben megtermelt energia:

$$E_{ae} = P_{ae} \times t_{ae, \text{működési}} = 2000 [\text{MW}] \times 0,9 \times 8760 [\text{óra/év}] = 1,57 \times 10^{10} [\text{kWh}] = 5,67 \times 10^{16} [\text{J}]$$

1 db szélturбина által termelt energia:

$$E_{1szt} = P_{1szt} \times t_{szt, \text{működési}} = 3 [\text{MW}] \times 0,25 \times 8760 [\text{óra/év}] = 6,57 \times 10^6 [\text{kWh}] =$$

$$2,37 \times 10^7 [\text{MJ}] = 2,37 \times 10^{13} [\text{J}]$$

A szélturbinák száma:

$$n = E_{ae} / E_{1szt} = 1,57 \times 10^{10} / 6,57 \times 10^6 = 2390 [\text{db}]$$

## Atomenergia és fenntartható fejlődés (BMETE809008) minta számítási feladatok

- b) Ha feltételezzük, hogy a szél turbinák helyszükséglete  $a=2\text{W/m}^2$ , akkor Magyarország területének hány százalékát kellene beépíteni ezekkel a szél turbinákkal ( $A_{\text{Magyaró}}=93000\text{ km}^2$ )?

Egy szél turbinára eső terület:

$$A_{1\text{sz}}=P_{1\text{sz}}\times a=3[\text{MW}]/2[\text{W/m}^2]=3\,000\,000/2=1\,500\,000[\text{m}^2]$$

Az a) részben kiszámolt  $n$  számú turbinák helyigénye:

$$A_{\text{össz}}=n\times A_{1\text{sz}}=2390[\text{db}]\times 1\,500\,000[\text{m}^2]=3\,585\,000\,000[\text{m}^2]=3585\text{ km}^2$$

Az arányszám:

$$A_{\text{össz}}/A_{\text{Magyaró}}=3585/93000=0,0385=3,85\%$$

- c) Ha az atomerőművet kombinált ciklusú erőművekkel helyettesítenénk, a  $\text{CO}_2$  kibocsátás jelentősen növekedne. Mennyivel nő meg az ország  $\text{CO}_2$  kibocsátása, ha kombinált ciklusú erőművek fajlagos kibocsátása  $f=140[\text{g C/kWh}]$ ?

Mértékegység átváltása:

$$f=140[\text{g C/kWh}]=44/12\times 140[\text{g CO}_2/\text{kWh}]=513,8[\text{g CO}_2/\text{kWh}]$$

Az erőművek által termelt energia mennyisége megegyezik:

$$E_{\text{ae}}=E_{\text{kc}}=1,57\times 10^{10}[\text{kWh}]$$

A kibocsátás növekedése:

$$\Delta f=E_{\text{kc}}\times f=1,57\times 10^{10}[\text{kWh}]\times 513,8[\text{g CO}_2/\text{kWh}]=8,06\times 10^{12}[\text{g CO}_2]=8,66[\text{Mt CO}_2]$$

## Fosszilis energiahordozók

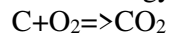
### 9. Mennyi $\text{CO}_2$ keletkezik 1 kg tüzelőanyag tökéletes elégetésekor, ha a tüzelőanyag

- a) tiszta szén (C)?

A szén moláris tömege  $M_{\text{C}}=12\text{ [g/mol]}$

Az oxigén moláris tömege:  $M_{\text{O}}=16\text{ [g/mol]}$

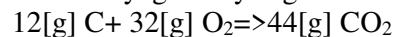
A reakcióegyenlet:



Moláris tömegekkel felírva:



A mol anyagmennyiségre számolva ezekkel az értékekkel:



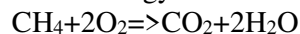
1 g szénre arányosítva (az egyenlet minden tagját 12-vel osztva és 1000-rel szorozva):



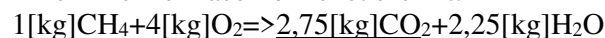
- b) metán ( $\text{CH}_4$ )?

$M_{\text{H}}=1\text{ [g/mol]}$

A reakcióegyenlet:



Az előzőekkel hasonló menet szerint:

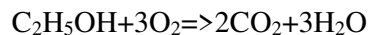


- c) etil-alkohol (etanol) ( $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ )?

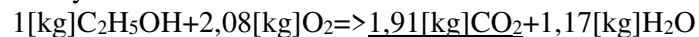
A reakcióegyenlet:



## Atomenergia és fenntartható fejlődés (BMETE809008) minta számítási feladatok



Arányosítás után:



**10. Egy 1000 MW<sub>e</sub> villamos teljesítményű szénerőmű a nap 24 órájában üzemel, hatásfoka 33%.**

**1 tonna szén energia-tartalma: 3,09E+10 J = 8600 kWh**

**a, Hány tonna szenet éget el egy nap alatt?**

Napi szénfogyasztás:

$$M/\text{nap} = 24 \text{ óra} \times 1000 \text{ MW}_e / 0,33 / 8600 \text{ kWh/t} = 8456 \text{ tonna/nap}$$

**b, Ha a szén kéntartalma 1%, naponta mennyi SO<sub>2</sub>-t bocsát ki az erőmű, ha semmilyen kibocsátás-csökkentő eljárást nem alkalmaznak?**

**Napi SO<sub>2</sub> kibocsátás:**

A napi szénmennyiség kéntartalma:

$$0,01 \times 8456 \text{ tonna} = \mathbf{84,56 \text{ tonna}}$$

S atomtömege: 32

O atomtömege: 16

SO<sub>2</sub> molekulatömege: 32+16+16 = 64 g/mol. A kén az SO<sub>2</sub> felét adja

**84,56 tonna S-ből 169,12 tonna SO<sub>2</sub> keletkezik naponta.**

**c, Egyenletes eloszlást, szél- és csapadékmentes viszonyokat feltételezve az 5.b, szerint kibocsátott mennyiség egy 1km×10km×10km-es térfogatban oszlik el. Mennyi lesz a SO<sub>2</sub> koncentrációja a levegőben, mikrogramm/m<sup>3</sup>-ben?**

$$169,2 \text{ tonna} = 169,2\text{E}+3 \text{ kg} = 169,2\text{E}+6 \text{ g} = 169,2\text{E}+12 \text{ } \mu\text{g} = 1,692\text{E}+14 \text{ } \mu\text{g}$$

A vizsgált légtérfogat:

$$V = 1\text{km} \times 10\text{km} \times 10\text{km} = 100 \times (1000 \text{ m})^3 = 100\text{E}+9 \text{ m}^3 = 10\text{E}+11 \text{ m}^3$$

A koncentráció:

$$C = 1,692\text{E}+14 \text{ } \mu\text{g} / 10\text{E}+11 \text{ m}^3 = \mathbf{1,692\text{E}+3 \text{ } \mu\text{g/m}^3}$$

(Tájékoztatásul a magyar szabályozás szerinti határértékek:

1 órás periódusban 250  $\mu\text{g/m}^3$ ,

24 órás átlagban 125  $\mu\text{g/m}^3$ ,

éves átlagban: 50  $\mu\text{g/m}^3$ )

**11. a, Számítsa ki, mennyi CO<sub>2</sub> kibocsátással jár (tömeg, térfogat), ha egy nagyobb háztartás éves villamosenergia-igényét teljes mértékben szénerőművel látjuk el. A**

**háztartás villamosenergia-igénye legyen 5000 kWh évente. A széntüzelésű erőmű CO<sub>2</sub> kibocsátása: 325 g C/kWh<sub>e</sub> (szén egyenérték). A CO<sub>2</sub> sűrűsége:  $\rho = 1,98 \text{ kg/m}^3$**

$5000 \text{ kWh}_e \times 325 \text{ g szén/ kWh}_e = 1,625\text{E}+6 \text{ gramm szén} = 1,625 \text{ tonna szén}$

szén atomtömeg: 12

oxigén atomtömeg: 16

szén-dioxid molekula tömeg: 44

A termelt szén-dioxid tömege:  $m = 1,625 \text{ tonna} \times 44/12 = \mathbf{5,98 \text{ tonna}}$

A termelt szén-dioxid térfogata:  $V = m/\rho = 5,98\text{E}+03 \text{ [kg]} / 1,98 \text{ [kg/m}^3] = \mathbf{3020 \text{ m}^3}$

**b, Mennyi a kibocsátás a 6.a, esetre egy kombinált ciklusú erőmű esetén? A kombinált ciklusú erőmű CO<sub>2</sub> kibocsátása: 140 g C/kWh<sub>e</sub> (szén egyenérték).**

$5000 \text{ kWh}_e \times 140 \text{ g szén/ kWh}_e = 7\text{E}+5 \text{ gramm szén} = 0,7 \text{ tonna szén}$

A termelt szén-dioxid tömege:  $m = 0,7 \text{ tonna} \times 44/12 = \mathbf{2,56 \text{ tonna}}$  szén-dioxid

A termelt szén-dioxid térfogata:  $V = m/\rho = 2,56\text{E}+03 \text{ [kg]} / 1,98 \text{ [kg/m}^3] = \mathbf{1293 \text{ m}^3}$

**c, Tételezzünk fel 25 USD tonnánkénti szén-dioxid adót (tehát a termelőnek ennyit kell befizetnie az államnak kibocsátott tonnánként). Mennyivel drágítja ez meg egy háztartás 5000 kWh<sub>e</sub> villamosenergia-fogyasztását,**

**c/I, szénerőmű esetén;**

**c/II, kombinált ciklusú erőmű esetén,**

**ha a többlet teljes mértékben a fogyasztóra hárul?**

Széntüzelés:

$5,98 \text{ tonna szén-dioxid/év} \times 25 \text{ USD} = 149,5 \text{ USD}$

Kombinált ciklus:

$2,56 \text{ tonna szén-dioxid/év} \times 25 \text{ USD} = 64 \text{ USD}$

**12. Egy gázturbinával szerelt erőmű égésteréből kilépő füstgáz hőmérséklete 510°C, a kompresszorba belépő friss levegő hőmérséklete 12°C. Mennyi lehet az erőmű elméleti maximális hatásfoka (Carnot-hatásfok)?**

$$\eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_{\text{alacsony}}}{T_{\text{magas}}}$$

T [Kelvin fok]

$$1 - ((12 + 273 \text{ K}) / (510 + 273 \text{ K})) = 1 - 0,364 = 0,636 = 63,6\%$$

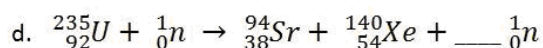
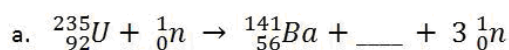
## Atomerőművek

13. Az amerikai NUREG-1150 szerint a jelentős radioaktív kibocsátással járó balesetek valószínűsége  $4 \times 10^{-6}$  eset/reaktorév. Mi a valószínűsége, hogy az USA-ban üzemelő 104 bloknál lesz ilyen, ha 30 év átlagos üzemidőt feltételezünk?

$$p = 4 \times 10^{-6} \text{ eset/reaktorév} \times 104 \text{ reaktor} \times 30 \text{ év} = 0,0124 = 1,24 \%$$

## Sugárzások

14. Az egyenletekben megadott rendszámok és tömegszámok alapján egészítse ki az egyenleteket (periódusos rendszer és/vagy a 15. feladat táblázata segítségével)!



Megoldás:

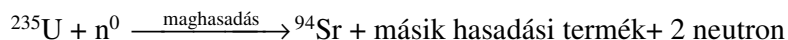
a.  ${}_{36}^{92}\text{Kr}$

b.  ${}_{40}^{97}\text{Zr}$

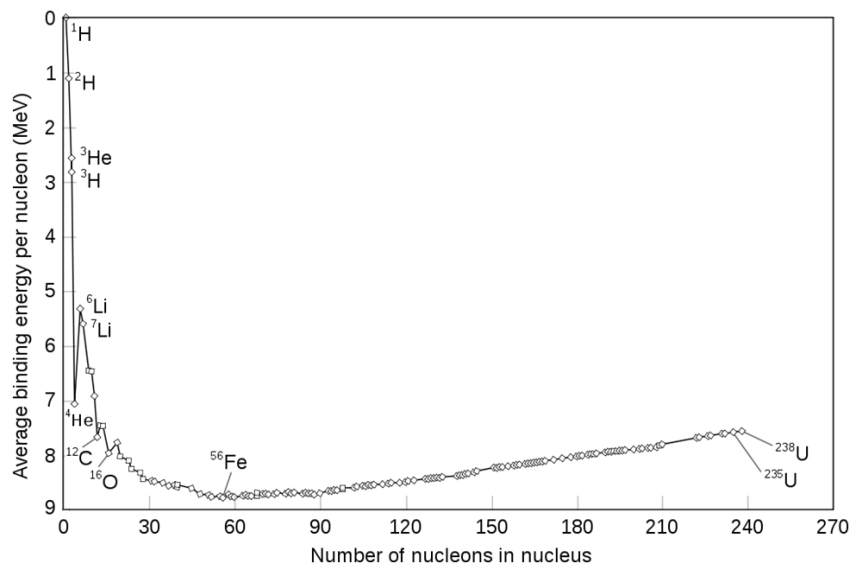
c.  ${}_{37}^{96}\text{Rb}$

d. 2

15. A következő hasadási reakció játszódik le:



Felhasználva az alábbi ábra és táblázat adatait, becsülje meg a reakcióban felszabadult energia mennyiségét!



## Atomenergia és fenntartható fejlődés (BMETE809008) minta számítási feladatok

Izotóp	Fajlagos kötési energia (MeV/nukleon)	Izotóp	Fajlagos kötési energia (MeV/nukleon)
deutérium ( ${}^2_1\text{D}$ )	1,12	ittrium ( ${}^{106}_{39}\text{Y}$ )	8,225
trícium ( ${}^3_1\text{T}$ )	2,83	ezüst ( ${}^{107}_{47}\text{Ag}$ )	8,55
hélium ( ${}^4_2\text{He}$ )	7,07	jód ( ${}^{127}_{53}\text{I}$ )	8,45
lítium ( ${}^7_3\text{Li}$ )	5,74	tellúr ( ${}^{137}_{52}\text{Te}$ )	8,28
berillium ( ${}^9_4\text{Be}$ )	6,46	cézium ( ${}^{134}_{55}\text{Cs}$ )	8,39
bárium ( ${}^{140}_{56}\text{Ba}$ )	8,35	cézium ( ${}^{137}_{55}\text{Cs}$ )	8,38
bárium ( ${}^{141}_{56}\text{Ba}$ )	8	xenon ( ${}^{140}_{54}\text{Xe}$ )	8,29
kripton ( ${}^{92}_{36}\text{Kr}$ )	8,51	xenon ( ${}^{144}_{54}\text{Xe}$ )	8,176
kripton ( ${}^{93}_{36}\text{Kr}$ )	8,45	ólom ( ${}^{206}_{82}\text{Pb}$ )	7,88
vas ( ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ )	8,79	polónium ( ${}^{210}_{84}\text{Po}$ )	7,83
rubídium ( ${}^{90}_{37}\text{Rb}$ )	8,63	urán ( ${}^{235}_{92}\text{U}$ )	7,59
stroncium ( ${}^{90}_{38}\text{Sr}$ )	8,69	urán ( ${}^{238}_{92}\text{U}$ )	7,57
stroncium ( ${}^{94}_{38}\text{Sr}$ )	8,59		

### Beclés:

A fajlagos kötési energia változása:  $E({}^{94}\text{Sr}) - E({}^{235}\text{U}) = 8,59 - 7,59 = 1 \text{ MeV}$   
 összesen 236 nukleon vett részt a reakcióban: 235 n+p, 1n  
 így  $236 \times 1 \text{ MeV} = 236 \text{ MeV}$  a felszabaduló energia.

### Pontosabb beclés:

Ki kell számítani a termékek és a reakcióban résztvevő tagok össz fajlagos kötési energiájának különbségét:

${}_{38}^{94}\text{Sr}$ :  $94 \times 8,59 \text{ MeV} = 807,46 \text{ MeV}$ ,  ${}_{54}^{140}\text{Xe}$ :  $140 \times 8,29 \text{ MeV} = 1160,6 \text{ MeV}$  (mivel a reakció-egyenlet alapján a másik hasadási termék a  ${}_{54}^{140}\text{Xe}$  lesz)

összesen:  $807,46 + 1160,6 \text{ MeV} = 1968,06 \text{ MeV}$

${}^{235}\text{U}$ :  $235 \times 7,59 \text{ MeV} = 1783,65 \text{ MeV}$

$1968,06 \text{ MeV} - 1783,65 \text{ MeV} = \mathbf{184,41 \text{ MeV}}$

**16. 1 mol Cs-137 izotópunk van. Megközelítőleg mennyi marad 120 év múlva? A Cs-137 felezési ideje 30 év.**

120 év/30 év=4, azaz 4 felezési idő telik el, négyszer „feleződik le” a minta.

**Körülbelül  $1 \text{ mol}/2^4 = 1 \text{ mol}/16 = 0,0625 \text{ mol}$  marad 120 év múlva.**

**17. N db radioaktív atommagból álló mintánk van, az izotóp felezési ideje  $T_{1/2}$ . (Átlagosan) Mennyi ilyen atommagunk lesz t idő múlva?**

bomlástörvény:

$N(t) = N(t_0) \times e^{-\lambda t}$  ahol  $\lambda$ : bomlási állandó [1/s]

A  $\lambda$  bomlási állandó és a  $T_{1/2}$  felezési idő közötti összefüggés:

$$\frac{N(t)}{N(t_0)} = \frac{1}{2} = e^{-\lambda T_{1/2}}$$

ebből

**Atomenergia és fenntartható fejlődés (BMETE809008) minta számítási feladatok**

$$2 = e^{\lambda T_{1/2}}$$

$$\ln 2 = \lambda \times T_{1/2}$$

$$\lambda = (\ln 2) / T_{1/2}$$

Mennyi a minta kezdeti aktivitása Becquerelben?

Az aktivitás:  $A = \lambda \times N$ , tehát a kezdeti időpillanatban a minta aktivitása:

$$A_0 = \lambda \times N(t_0) \quad [\text{Bq}]$$

Mennyi lesz a minta aktivitása  $t$  idő elteltével?

$$A(t) = \lambda \times N(t) = \lambda \times N(t_0) \times e^{-\lambda t}$$

**18. Egy 70 kg testsúlyú ember mellkasröntgen vizsgálaton esik át. Tüdejének tömege a testsúlyának 0,75 %-a. A röntgenforrás egy átvilágítás során 3,5 mJ energiát ad le, a nyaláb 27 %-a nyelődik el a tüdőben. Határozza meg az alábbi mennyiségeket, mértékegységekkel:**

**D:** elnyelt dózis a tüdőben,

**H<sub>egy</sub>:** a tüdőt érő egyenérték dózis,

**H<sub>eff</sub>:** a tüdőt érő effektív dózis.

A további szükséges adatokat az alábbi táblázatból keresheti ki.

Sugárzási súlytényezők:	
alfa	20
béta	1
gamma, egyéb foton	1
neutron	2,5-20
proton	2
Szöveti súlytényezők:	
ivarszervek	0,08
csontvelő	0,12
vastagbél	0,12
tüdő	0,12
bőr	0,01

a tüdő tömege:  $70 \text{ kg} \times 0,0075 = 0,525 \text{ kg}$

a tüdő által elnyelt energia:  $E = E_{\text{nyaláb}} \times \text{elnyelődés} = 3,5 \text{ mJ} \times 0,27 = 0,945 \text{ mJ}$

(a tüdőben) elnyelt dózis:  $D = 0,945 \text{ mJ} / 0,525 \text{ kg} = 1,8 \text{ mGy}$

egyenérték dózis  $H_{\text{egy}} = D \times w_{\text{gamma}} = 1,8 \times 1 = 1,8 \text{ mSv}$

(a tüdőt ért) effektív dózis:  $H_{\text{eff}} = H_{\text{egy}} \times w_{\text{tüdő}} = 1,8 \times 0,12 = 0,216 \text{ mSv}$

**19. Egy kobaltágyúban a forrás kezdeti aktivitása  $A_0 = 20 \text{ TBq}$ . Megközelítőleg mennyi lesz a forrás aktivitása 31,5 év elteltével? Az Co-60 felezési ideje 5,26 év. A kobaltágyút fertőtlenítésre alkalmazzák, 300 g tömegű egységekben sugároznak be fecskendőket. Egy besugárzáskor minimálisan 2 kGy elnyelt dózist kell elérni. Hány másodpercig kell egy egységet besugározni, ha egy gamma foton átlagos energiája 1252 keV, az összes bomlásból származó foton teljes energiája elnyelődik a céltárgyan, és a forrás kezdeti aktivitásával számolunk?  $1 \text{ keV} = 1,6 \times 10^{-16} \text{ J}$**

## Atomenergia és fenntartható fejlődés (BMETE809008) minta számítási feladatok

31,5 év/5,26 év = 5,98 ≈ 6 → 31,5 év múlva  $1/2^6$ -od része lesz az aktivitás:  $20/2^6 = 20/64 = 0,3125$  TBq

$m = 0,3$  kg,  $D = 2 \times 10^3$  Gy

elnyelt dózis = elnyelt energia / elnyelő tömeg:  $2 \times 10^3$  Gy =  $E/0,3$  kg →  $E = 600$  J

tehát az a kérdés, hogy 600 J energia hány Co-ból származó gamma fotonból adódik össze:

1 db gamma foton energiája:  $E_{\text{gamma}} = 1252 \text{ keV} \times 1,6 \times 10^{-16} \text{ J} = 2 \times 10^{-13} \text{ J}$

a forrás aktivitása:  $20 \text{ TBq} = 20 \times 10^{12} \text{ bomlás/s} = 20 \times 10^{12} \text{ foton/s}$

1 s alatt a kobaltgyűből ennyi energia lép ki:  $20 \times 10^{12} \text{ foton/s} \times 2 \times 10^{-13} \text{ J} = 40 \times 10^{-1} \text{ J} = 4 \text{ J}$ .

**Tehát 600 J / 4 J/s = 150 s a szükséges besugárzási idő.**

**20. Az atomerőművek szerkezeti anyagaiban lévő szennyezők az üzemidő alatt felaktiválódnak, ezért az erőműveket leszerelés előtt pihentetni kell a leállítás után. Az aktivitás egy jelentős részéért a Co-60 izotóp felelős, aminek  $T_{1/2} = 5,27$  év a felezési ideje.**

- a) Ha az  $m_{\text{rt}} = 215$  t tömegű reaktortartály anyagának 0,01 m/m%-át a Co-60 izotóp adja, akkor hány Co-60 atommag van a tartályban?

A kobalt-izotópok tömege:

$$m_{\text{Co-60}} = m_{\text{rt}} \times (0,01/100) = 215 \text{ 000 000 [g]} \times (0,01/100) = 21 \text{ 500 [g]}$$

Az anyagmennyisége:

$$n_{\text{Co-60}} = m_{\text{Co-60}} / M_{\text{Co-60}} = 21 \text{ 500 [g]} / 60 \text{ [g/mol]} = 358,33 \text{ [mol]}$$

A magok száma:

$$N_{\text{Co-60}} = n_{\text{Co-60}} \times N_A = 358,33 \text{ [mol]} \times 6 \times 10^{23} \text{ [db/mol]} = 2,15 \times 10^{26} \text{ [db]}$$

- b) Mekkora a tartály kobaltból származó aktivitása?

$$A_{0, \text{Co-60}} = N_{\text{Co-60}} \times \lambda = N_{\text{Co-60}} \text{ [db]} \times (\ln 2 / T_{1/2}) \text{ [1/s]} =$$

$$2,15 \times 10^{26} \text{ [db]} \times (\ln 2 / (5,27 \times 8760 \times 3600)) =$$

$$8,97 \times 10^{17} \text{ [Bq (= bomlás/másodperc)]} = 897 \text{ 000 [TBq]}$$

- c) Mennyi idő alatt csökken az aktivitás az 1/40-ed részére?

Exponenciális bomlástörvény értelmében:

$$A(t) = A_0 \times \exp(-\lambda t) \text{ ebből átrendezéssel, a keresett } t_1 \text{ időpontban:}$$

$$A(t_1) / A_0 = \exp(-\lambda t_1)$$

$$1/40 = \exp(-\lambda t_1)$$

$$t_1 = 28,04 \text{ év}$$

**21. Egy fúziós reaktorban egy deutérium (D-2) és egy trícium (T-3) atommag fúziója játszódik le, miközben  $E_{\text{reakció}} = 2,65 \times 10^{-12}$  [J] energia szabadul fel. A tríciumot lítiumból állítjuk elő, a világ konvencionális lítium-készlete  $m_{\text{Li, konv}} = 10^{11}$  kg.**

- a) Mennyi időre elegendő ez a készlet, ha a világ jelenlegi energiafelhasználása mellett a teljes primerenergia-igényt ( $E_{\text{primer}} = 504$  [EJ/év] =  $5,04 \times 10^{20}$  [J/év]) fúziós reaktorokkal szeretnénk kielégíteni? (Tegyük fel, hogy a deutérium korlátlanul rendelkezésünkre áll)

## Atomenergia és fenntartható fejlődés (BMETE809008) minta számítási feladatok

A Li magok száma:

$$N_{\text{Li,konv}} = (m_{\text{Li,konv}}/M_{\text{Li}}) \times N_A = (10^{14}[\text{g}]/7[\text{g/mol}]) \times 6 \times 10^{23}[\text{db/mol}] = 8,57 \times 10^{36}[\text{db}]$$

A termelhető energia:

$$E = N_{\text{reakció}} \times E_{\text{reakció}} = N_{\text{Li,konv}} \times E_{\text{reakció}} = 8,57 \times 10^{36}[\text{db}] \times 2,65 \times 10^{-12}[\text{J}] = 2,27 \times 10^{25}[\text{J}]$$

A rendelkezésre állás ideje:

$$t = E/E_{\text{primer}} = 2,27 \times 10^{25}[\text{J}] / 5,04 \times 10^{20}[\text{J/év}] = 45\,068[\text{év}]$$

## Energia-hatékonyság

### 22. Épületek hővesztesége

Hőveszteség egy falfelületen (ablakon, tetőn) keresztül a hővezetés és a falak (felületek) hőátadásának eredményeként:

Felületi hőveszteség = felület [m<sup>2</sup>] × (transzmissziós) hőátbocsátási tényező [W/m<sup>2</sup>K] × hőmérséklet-különbség [K] = Q<sub>v</sub> = A×U×ΔT

	U hőátbocsátási tényező [W/m <sup>2</sup> K]		
	öreg épületek	korszerű épületek	jelenlegi legjobb értékek
Falak		0,45-0,6	0,12
kőfal	2,4		
9” téglafal	2,2		
11” téglafal	1		
11” szigetelt téglafal	0,6		
Padló		0,45	0,14
(fa) hajópadló	0,7		
beton	0,8		
Tető		0,25	0,12
lapostető 25 mm szigeteléssel	0,9		
nyeregtető 100 mm szigeteléssel	0,3		
Ablakok			1,5
szimpla üvegű	5,0		
dupla üvegű	2,9		
dupla, 20 mm légréssel	1,7		
tripla	0,7-0,9		

Határozza meg egy hagyományos tégláépület egy helyiségének egy falon (és az adott felületen elhelyezett ablakon) keresztüli hőveszteséget, ha a szoba és az ablak méretei a következők:

szoba alapterület: 4×4 m<sup>2</sup>, belmagasság: 3,8 m; falak: 9” téglafal

ablakfelület: 1,7×2 m<sup>2</sup>; ablakok: szimpla üvegű

A szobában állandó 20 °C-ot tartunk, a külső átlaghőmérséklet fűtési időszakban: 6 °C.

$$Q_v = A \times U \times \Delta T = (A_{\text{fal}} \times U_{\text{fal}} + A_{\text{ablak}} \times U_{\text{ablak}}) \times \Delta T = ([4 \times 3,8 - 1,7 \times 2] \times 2,2 + 1,7 \times 2 \times 5) \times (20 - 6)^\circ\text{C} = (11,8 \times 2,2 + 3,4 \times 5) \times 14 = 601,44 \text{ W}$$

Hogyan változik ez az érték, ha korszerű hőszigetelt ablakra cseréljük a nyílászárót (U=1,5)?  
Hogyan változik, ha a falat is leszigeteljük kívülről (U=0,9)?

$$Q_v = A \times U \times \Delta T = (A_{\text{fal}} \times U_{\text{fal}} + A_{\text{ablak}} \times U_{\text{ablak, szig}}) \times \Delta T = ([4 \times 3,8 - 1,7 \times 2] \times 2,2 + 1,7 \times 2 \times 1,5) \times (20 - 6)^\circ\text{C} = (11,8 \times 2,2 + 3,4 \times 1,5) \times 14 = 434,8 \text{ W}$$

$$Q_v = A \times U \times \Delta T = (A_{\text{fal}} \times U_{\text{fal, szig}} + A_{\text{ablak}} \times U_{\text{ablak, szig}}) \times \Delta T = ([4 \times 3,8 - 1,7 \times 2] \times 0,9 + 1,7 \times 2 \times 1,5) \times (20 - 6)^\circ\text{C} = (11,8 \times 0,9 + 3,4 \times 1,5) \times 14 = 220 \text{ W}$$



**23. Mennyi idő alatt térül meg egy B=2 millió Ft értékű napkollektor fűtési rendszerbe illesztése, ha vele naponta 50[kWh] energiát tudunk előállítani. (A napkollektor hiányában az energiát egy 90%-os hatásfokú gáztüzelésű kazánnal állítanánk elő.) A gáz fűtőértéke  $H_{\text{ü}}=34[\text{MJ}/\text{Nm}^3]$ , ára  $p=120[\text{Ft}/\text{Nm}^3]$ .**

Az egy nap alatt megtakarított energia:

$$E_{\text{megt,1nap}}=50[\text{kWh}]=50 \times 3,6=180[\text{MJ}]$$

Ezt a kazánnal

$$E_{\text{gáz,1nap}}=E_{\text{megt,1nap}}/0,9=180[\text{MJ}]/0,9=200[\text{MJ}]$$

energiájú gázból tudnánk előállítani, a 90% hatásfok miatt.

Az így megtakarított gáz mennyisége:

$$V_{\text{gáz,1nap}}=E_{\text{gáz,1nap}}/H_{\text{ü}}=200[\text{MJ}]/34[\text{MJ}/\text{Nm}^3]=5,88[\text{Nm}^3]$$

Az 1 nap alatt megtakarított gáz költsége:

$$D_{\text{megt,1nap}}=V_{\text{gáz,1nap}} \times p=5,88[\text{Nm}^3] \times 120[\text{Ft}/\text{Nm}^3]=705,88[\text{Ft}]$$

Az 1 év alatt megtakarított költség:

$$D_{1\text{év}}=365[\text{nap}] \times D_{\text{megt,1nap}}=705,88[\text{Ft}] \times 365=257\,647[\text{Ft}]$$

A megtérülés ideje:

$$\tau=B/D_{1\text{év}}=2\,000\,000[\text{Ft}]/257\,647[\text{Ft}]=7,762[\text{év}]$$

**24. a) Mennyivel csökkenthető a fűtési költségünk, ha a téli fűtési időszakban a lakás belső hőmérsékletét  $t_{b1}=22^\circ\text{C}$ -ről  $t_{b2}=19^\circ\text{C}$ -ra csökkentjük? A fűtési szezon alatti külső (átlagos) léghőmérséklet  $t_k=4^\circ\text{C}$ .**

$$a) Q_1[\text{W}]=U \times A \times (t_{b1}-t_k)$$

$$Q_2[\text{W}]=U \times A \times (t_{b2}-t_k)$$

A két fűtési hőmennyiség-felhasználás aránya:

$$Q_2/Q_1=(t_{b2}-t_k)/(t_{b1}-t_k)=5/6=0,833$$

A csökkentés mértéke:

$$1-0,833=0,166=16,6\%$$

b) Mekkora költség-megtakarítást jelent ez éves viszonylatban, ha a lakás eredő hőátbocsátási tényezője  $U=0,6 [\text{W}/\text{m}^2\text{K}]$ , a felülete  $A=300[\text{m}^2]$ ? A fűtési szezon hossza  $\tau=180[\text{nap}]$ , a gáz fűtőértéke  $H_{\text{ü}}=34[\text{MJ}/\text{Nm}^3]$ , az egységára  $p=120[\text{Ft}/\text{Nm}^3]$ .

A megtakarítás mértéke az a) feladatból számítva:

$$\Delta Q=Q_1-Q_2=U \times A \times ((t_{b1}-t_k)-(t_{b2}-t_k))=U \times A \times (t_{b1}-t_{b2})=$$

$$=0,6[\text{W}/\text{m}^2\text{K}] \times 300[\text{m}^2] \times (22[^\circ\text{C}]-19[^\circ\text{C}])=540[\text{W}]$$

Ebből a megtakarított energia:

$$\Delta E=\Delta Q \times \tau=540[\text{W}] \times 180[\text{nap}]=540[\text{W}] \times 180 \times 24 \times 3600=8\,400\,000\,000[\text{J}]=8400[\text{MJ}]$$

A megtakarított gázmennyiség:

$$\Delta V_{\text{gáz}}=\Delta E/H_{\text{ü}}=8400[\text{MJ}]/34[\text{MJ}/\text{Nm}^3]=247[\text{Nm}^3]$$

Az évente megtakarított költség:

$$\Delta D=\Delta V_{\text{gáz}} \times p=247[\text{Nm}^3] \times 120[\text{Ft}/\text{Nm}^3]=\underline{29\,647[\text{Ft}]}$$