



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Természettudományi Kar

DIPLOMAMUNKA

GPU alapú brachyterápiás Monte Carlo szoftver továbbfejlesztése

Klausz Milán

Témavezető: Dr. Major Tibor
Orvos-fizika részlegvezető
Országos Onkológiai Intézet,
Sugárterápiás Osztály

Tanszéki konzulens: Dr. Légrády Dávid
Egyetemi docens
BME Nukleáris Technikai Intézet,
Nukleáris Technika Tanszék

BME

2016

Diplomamunka feladat a Fizikus mesterképzési (MSc) szak hallgatói számára

A hallgató neve: Klausz Milán	szakiránya: orvosi fizika
A diplomamunkát gondozó (a záróvizsgát szervező) tanszék: Nukleáris Technika Tanszék	

A diplomamunka készítésének helye: Országos Onkológiai Intézet	
A témavezető neve: Dr. Major Tibor Ph.D.	A konzulens neve: Dr. Légrády Dávid
– munkahelye: Országos Onkológiai Intézet	(külső témavezető esetén kijelölt tanszéki munkatárs)
– beosztása: Orvos-fizika részlegvezető	– beosztása: egyetemi docens
– e-mail címe: major@oncol.hu	– e-mail címe: legrady@reak.bme.hu

A diplomamunka címe: Brachyterápiás Monte Carlo kód fejlesztése GPU-ra	azonosítója: DM-2015-47
<p>A téma rövid leírása, a megoldandó legfontosabb feladatok felsorolása:</p> <p>A brachyterápiás (belső sugárforrással történő) besugárzástervezés közelmúltja és sok klinikán még jelene is, a homogén víz közegben történő sugárzási tér számítás. A homogén közeg feltételezés sokszor nem állja meg a helyét, kézenfekvő volna a Monte Carlo (MC) alapú, a páciens anatómiáját tükröző dózisszámítás. A kifejezetten erre a célra dedikáltan írt célszoftverek sem elég gyorsak a rutinszerű klinikai alkalmazáshoz, ha nem több szálú programozási architektúrán végezzük a számításokat. Főleg szórakoztatóipari felhasználásuk révén a brachyterápiás tervezéshez elégséges kapacitású grafikus számítási eszközök (GPU-k) - ára lecsökkent, komoly anyagi befektetést nem jelent. A hallgató feladata, a Nukleáris Technikai Intézetben fejlesztés alatt álló, GPU alapú brachyterápiás kóddal kapcsolatban: - a kód megismerése - a MC algoritmusok hatékonyságának növelése új becslők kidolgozásával - a páciensről készült felvételekből, DICOM formátumba nyerhető anatómiai információk automatikus beolvasása - az anatómiai információk részecsketranszport szempontjából fontos mennyiséggé transzformálása (szűrkeskálából anyagi gyengítési együtthatókká), a transzformáció verifikálása - az anyagi eloszláshoz alkalmazkodó határfoknövelő számítási algoritmusok kidolgozása - több seed-es besugárzás szimulációs lehetőségnek kialakítása</p>	

A feladat kiadásának időpontja: 2015.01.13.
--

Témavezető vagy tanszéki konzulens aláírása:	A diplomamunka témakiírását jóváhagyom (tanszékvezető aláírása):
--	--

Önállósági nyilatkozat

Alulírott Klausz Milán, a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Fizikus mesterszak (MSc) Nukleáris Technika szakirányának hallgatója kijelentem, hogy ezt a diplomamunkát meg nem engedett segítség igénybevétele nélkül, saját magam készítettem. Minden olyan szövegrészt, adatot, diagramot, ábrát, vagy bármely más elemet, amelyet vagy szó szerint, vagy azonos értelemben, de átfogalmazva másoktól vettem át, a forrás megadásával egyértelműen megjelöltem.

Budapest, 2016. június 6.

.....
Klausz Milán

Tartalomjegyzék

Bevezetés	1
1. A program leírása és optimalizálása	3
1.1. A program működése	3
1.2. A felhasználói felület	4
1.3. A kód optimalizálása	5
2. Az alkalmazott új Monte Carlo algoritmusok	7
2.1. Szabad úthossz sorsolás	8
2.2. További szóráscsökkentő eljárások	13
3. Az új módszerek hatékonyságvizsgálata	19
3.1. A sugárléptetés és a pályahossz-becslő átfogó vizsgálata	20
3.2. A paraméterek optimalizációja	29
3.3. A leghatékonyabb módszerek kiválasztása különböző forrásokhoz . . .	31
4. Forrásmodell fejlesztése	36
5. CT-képek beolvasása	40
Összefoglalás és kitekintés	43
Köszönetnyilvánítás	46

Bevezetés

A rosszindulatú tumoros megbetegedések második leggyakrabban alkalmazott kezelési eljárása a sugárterápia. Ennek egyik módja a közel-besugárzás, más néven brachyterápia, amelynél a sugárforrást közvetlenül a daganatba vagy annak környezetébe helyezik el. A kezelés elengedhetetlen része a besugárzás számítógépes tervezése. A jelenleg használatban lévő tervezőprogramok a TG-43 formalizmust alapul véve vízfantomban mért és szimulált adatok szuperpozíciójával határozzák meg a dózisteret [1][2]. Ez egyben azt is jelenti, hogy nem veszik figyelembe a testüregekben lévő levegőt vagy éppen a csontokat. A pontosabb modellezés eszköze lehetne egy Monte Carlo alapú szimulációs program, hosszú futási ideje viszont ellehetetleníti az orvosi célú felhasználást [3]. A számítástechnika – és azon belül a grafikuskártyák – fejlődésével azonban mára már ez a probléma is kiküszöbölhetővé vált. A modern grafikuskártyák (GPU-k) hatalmas számítási teljesítménye, kiegészülve ezek újszerű általános célú programozásával, lehetőséget nyújt a megfelelő gyorsaságú programok írására [4][5]. A céloom tehát egy olyan grafikuskártyán futó Monte Carlo szimulációs program létrehozása, amely elegendően pontos és gyors ahhoz, hogy brachyterápiás tervezésre alkalmas legyen.

A szakdolgozati munkám során létrehoztam egy kezdetleges brachyterápiás tervezésre alkalmas szoftvert, a hozzá tartozó kezelőfelülettel, és validáltam a működését pont- és kiterjedt forrásokra [6]. A program a Monte Carlo Simulator for Brachytherapy Exposure (M-CSIBE) nevet kapta. Az eredmények nagyon biztatóak lettek, de a futási idők túl nagyok voltak ahhoz, hogy a programot ténylegesen használni lehessen a klinikai gyakorlatban. Ennek legfőbb oka az volt, hogy a program alapját egy PANNI névre hallgató, pozitronemissziós tomográfia Monte Carlo módszerrel történő modellezésére alkalmas, grafikuskártyára implementált szoftver adta [7]. Ebből kifolyólag a program olyan Monte Carlo módszereket használt, melyek PET szimulációhoz optimálisak, a brachyterápiás tervezéshez nem.

A szakdolgozat beadása óta eltelt két évben igen nagy fejlődésen ment keresztül a program. Az elvégzett munkámat 5 pontban lehet összefoglalni, melyek akár tézispontoknak is tekinthetőek.

- Véglegesen átalakítottam egy dedikáltan más célra készült kódot úgy, hogy az brachyterápiás besugárzástervezésre legyen alkalmas.
- Különböző szóráscsökkentő eljárásokat (pályahossz-becslés, Siccki eljárás), köztük szabad úthossz sorsoló eljárásokat (sugárléptetés, negatív súlyos Woodcock módszer) implementáltam és fejlesztettem ki a Monte Carlo szimuláció hatékonyságának növelése érdekében.
- Átfogó hatékonyságvizsgálatot végeztem, mely során kimutattam, hogy a különböző energiájú források esetén gyökeresen eltérő Monte Carlo módszerek optimálisak.
- Egy valóságű forrásgeometria kódba építésével megteremtettem a realiztikus, akár több seedes szimulációk lehetőségét.
- Megvalósítottam egy DICOM formátumú képek automatikus beolvasását végző algoritmust, amely az anatómiai információkat részecsketranszport szempontjából fontos mennyiségekké transzformálja.

Két TDK dolgozat is született a program fejlesztéséről, ezekben részletesen lehet olvasni a kód korábbi állapotairól, és a fejlődés menetéről [8][9]. Ennek a dolgozatnak a célja az elért eredmények bemutatása, nem pedig a fejlesztés kronológiai áttekintése, így a végleges program és a benne felhasznált módszerek kerülnek tárgyalásra.

Az 1. fejezet a program működéséről és az ehhez kapcsolódó néhány optimalizációról fog szólni, ezzel kontextusba helyezve a 2. fejezetben bemutatásra kerülő új szabad úthossz sorsoló és szóráscsökkentő eljárásokat. Ezt követi majd az új Monte Carlo módszerek eredményeinek átfogó vizsgálata, és az utolsó két fejezetben a realiztikus forrásmodell fejlesztésének és a CT-képek DICOM formában történő beolvasásának rövid bemutatása.

1. fejezet

A program leírása és optimalizálása

1.1. A program működése

A létrehozandó brachyterápiás tervezőprogramnak alkalmasnak kell lennie arra, hogy orvosi képalkotóeszközökből nyert szöveti eloszlásinformációk és a forrásgeometriák ismerete alapján dózisteret számoljon. A programnak tehát első lépésben be kell tudnia olvasni a vizsgálni kívánt anyageloszlást, és a felhasználó igényének megfelelően kell kialakítania benne a sugárforrások elrendezését. Ezután a forrásanyagok és a szövetek paramétereit, hatáskeresztmetszeteit felhasználva a fotontranszport Monte Carlo szimulációjával kell becsülnie a dóziseloszlást. Az eredményeket megfelelő pontossággal, a lehető legrövidebb idő alatt kell megkapnia, majd azokat a felhasználó számára értelmezhető módon megjelenítenie. Ennek megfelelően a program működéséhez alapvetően négyféle fájlra van szükség: az anyag- és forráseloszlást megadó fájlokra, a felhasznált anyagok hatáskeresztmetszeteit tartalmazó fájlokra, illetve a program futtatásához elengedhetetlen paraméterek megadását szolgáló úgynevezett konfigurációs fájlra.

A szimulálható geometriai elrendezések azonos méretű elemi téglatestekből, úgynevezett voxelekből épülnek fel. Az anyag- és forráseloszlások definiálása voxelenként történik, az erre szolgáló fájlokban. A felhasznált anyagok hatáskeresztmetszeteit tartalmazó fájlok az XCOM programmal készülnek [10]. Ezeket és az eloszlásokat leíró fájlok elérési útvonalait kell megadni többek között a konfigurációs fájlban. Itt kell megadni továbbá az anyagok sűrűségét, és a vizsgálandó geometria adatait is.

A program a beolvasott fájlok alapján az indítandó fotonokat listákba rendezi a párhuzamos futtatás érdekében, elvégzi a fotontranszportot, és az eredményeket

kiírja az erre létrehozott fájlba.

A fotonok indítása történhet egy adott voxel teljes térfogatából egyenletes eloszlással, vagy egy kiválasztott pontból is. Az irányorsorolás egy háromdimenziós egységvektor sorsolásával történik [11], a GPU architektúra figyelembevételével rejekciós módszer nélkül, mivel ez a párhuzamosan futó szálak divergálásához vezetne. A szabad úthossz sorsolása történhet a hagyományos, vagy az új negatív súlyos Woodcock módszerrel, illetve sugárléptetéssel (ray marching) is, melyekről részletesebben a következő fejezetben lesz szó. Szintén itt kerül majd bemutatásra a két opcionálisan bekapcsolható szóráscsökkentő eljárás: a pályahossz-becslés, és a Siccki eljárás is. A transzport során implicit befogást (implicit capture) használ a kód, így minden kölcsönhatás során történik fotoeffektus és Compton-szórás is. Előbbi során a fotonhoz rendelt statisztikai súly, utóbbinál a foton energiája csökken, illetve szóródásnál a haladási irány is változhat. Az új irány meghatározása táblázatos módszerrel történik, a Klein-Nishina formula felhasználásával.

Megjegyzendő, hogy a program a Compton-szórás hatáskeresztmetszete helyett valójában a koherens és inkoherens szórás hatáskeresztmetszetének összegével számol. Ennek az az oka, hogy a kis energiákon jelentősebb fluoreszcencia és a Rayleigh-szórás még nincs beépítve a kódba. Ez csupán kis energiákon okoz mérhető különbséget, a dolgot az eredményeit és következtetéseit pedig nem befolyásolja.

1.2. A felhasználói felület

Mivel a program végső célja az orvosi célú felhasználás, mindenképpen szükség van egy olyan kezelőfelületre, amellyel az könnyen irányítható, a programkód beható ismerete nélkül is. Ennek létrehozására a MATLAB környezetet választottam [12]. Egy olyan függvényt fejlesztettem ki, amely képes a bemenő fájlok létrehozására, a program elindítására és eredményeinek beolvasására, illetve azok feldolgozására és mentésére is.

Az elérhető beállítások a geometria határai milliméterben megadva és az ezekre vonatkozó felosztások, azaz a voxelek számai. Az anyageloszlás megadásához ki kell választani a felhasználni kívánt anyagok típusát és a forrás méreteit. Ezekből a függvény elkészíti a felhasználó által meghatározott pozícióba elhelyezett, vagy alap esetben a geometria közepére illesztett forrást leíró anyageloszlás fájlt. A kód legújabb verziójában lehetőség van DICOM formátumú fájlok kiválasztásával az anyageloszlás CT-képekkel való definiálására is, illetve egy előre leprogramozott re-

alasztikus, nem voxelizált forrás kiválasztására is. Ezekről a lehetőségekről fog szólni a 4. és 5. fejezet. Ezek után már csak annyit kell megadni, hogy összesen hány foton indítson a program a forrásanyagot tartalmazó voxelekből, és a MATLAB rutin létrehozza a forráseloszlás fájlját, elindítja a programot, és beolvassa a szimuláció eredményeit.

Ezek feldolgozása két lépésben zajlik. Először a MATLAB függvény egy statisztikát készít, hogy számszerű értékeket tudjon szolgáltatni, majd különböző módokon ábrázolja az adatokat, hogy a felhasználó vizuális információkat is nyerjen a futtatás eredményeiről.

A statisztikában szerepelnek többek közt a vizsgált geometriát leíró mennyiségek, a kiszökött fotonok száma és összenergiája, valamint a program futási ideje is.

Az eredmények ábrázolása kétféleképpen zajlik: két, illetve három dimenzióban. A kétdimenziós ábrákon kiválasztott egyenesek mentén mért nyers, vagy különféleképpen normált adatok láthatóak, illetve a dózistér izodózis görbéekkel ellátott metszetei. A háromdimenziós ábrázolást végző függvény különböző színek segítségével jeleníti meg az értékeket, melyekhez egy energia-színskálát is elhelyez az ábra oldalán. A program így tehát egy forgatható, nagyítható és egyéb módokon is manipulálható háromdimenziós képet ad az eredmények térbeli eloszlásáról.

1.3. A kód optimalizálása

A szakdolgozati munkám célja a program létrehozása és hitelesítése volt, ami mellett nem marad elég idő a kód optimalizálására. Több helyen is sikerült olyan átalakításokat végezni, melyektől jelentősen felgyorsult a program, ezek közül itt csak a legfontosabbakat emelem ki, melyek szorosan kapcsolódnak a program működéséhez.

Nagy változást eredményezett, hogy megemeltem azt a levágási energiát (cutoff), amely alatt a program nem folytatja egy foton szimulációját, hanem fotoeffektust feltételezve helyben leadja az összes energiáját. A TG-43-as ajánlás szerint kis energiás brachyterápiás források esetén 5 keV-nál kisebb energiájú fotonok nem adnak jelentős járulékot 0,1 cm-nél nagyobb távolságokban, így ez ideális érték levágási energiának [2]. Mivel az M-CSIBE implicit befogást alkalmaz, praktikus nem csak az energiáját, hanem a statisztikai súlyát is figyelembe venni, hiszen ha ez utóbbi nagyon lecsökken, akkor sem képes jelentős járulékot leadni a foton. Ennek megfelelően a program korábbi verziójában egy foton szimulációja akkor ért véget, ha

energiájának és statisztikai súlyának szorzata 10^{-5} keV alá csökkent, vagy kijutott a vizsgált geometriából. A levágási szint optimalizálása során az derült ki, hogy ha ezt az értéket 0,5 keV-ra állítom be, akkor az eredmények szóráson belül megegyeznek a korábbiakkal, a futási idő viszont elrendezéstől függően kevesebb mint felére csökken. A levágási szintet lehetne tovább emelni úgy, hogy az ne rontsa el az eredményeket, viszont ez nem járna a futási idő jelentős csökkenésével, így 0,5 keV lett a végleges levágási érték.

Egy másik egyszerű átalakítás abból az észrevételemből származott, hogy brachyterápiás szempontból érdektelen, hogy mekkora dózist nyel el maga a sugárforrás. Az M-CSIBE – végső céljainak megfelelően – tehát a forráshoz tartozó voxelekben leadott energiaértékeket nem tárolja el. Ez azért járhat jelentős gyorsulással, mert a fotonok nagy többsége ad valamekkora járulékot a forrásvoxelekben, és a versenyhelyzet (race condition) elkerülése érdekében a párhuzamosan futó szálak az ezeknek megfelelő memóriacímekre úgy tudnak írni, hogy sorban állnak és megvárják amíg az előttük lévő szál befejezi a memóriaműveletet. Ez azzal jár, hogy a szálak jelentős időt töltenek egymásra várakozással, ami főleg a kis energiás fotonok esetén jelentett problémát, hiszen ezek nagyobb valószínűséggel veszítenek energiát a forrásban.

Ezen kívül a memóriaműveletek számát tovább csökkentettem azáltal, hogy nem kölcsönhatásonként tárolja el a program a leadott energiát, hanem a voxelből való kilépéskor az addig összegyűjtöttet. Összességében a forrásban való energiátárolás megszüntetésével, és a költséges memóriaműveletek számának csökkentésével egyes esetekben akár 20–100-szoros gyorsulást is sikerült elérni.

Végezetül a program szerkezetét több helyen is úgy alakítottam át, hogy kevesebb feltételes elágazás szerepeljen benne, hiszen ezek rontják a párhuzamos futtatások hatásfokát. Ennek az az oka, hogy a grafikus kártyán párhuzamosan futó szálak 32-es csoportokat, úgynevezett 'warp'-okat alkotnak, melyek lépről lépésre együtt haladnak végig a kódon. Az egy warpba tartozó szálak tehát egy feltételes elágazás esetén mind végigjárják az összes olyan ágot, melyet akár csak egy szál is választana. Ilyen esetekben a szálak a számukra nem fontos ágakon a program szempontjából haszontalan számításokat végeznek. Éppen ezért ezt a folyamatot – melyet a szálak divergenciájának neveznek – lehetőség szerint kerülni kell [5].

Összesítve a kód brachyterápiára való 'kihegyezésével' és optimalizálásával, elrendezésektől függően akár 1–2 nagyságrenddel is csökkent a szimulációk időtartama.

2. fejezet

Az alkalmazott új Monte Carlo algoritmusok

Egy Monte Carlo kódot nem lehet egyszerűen csak annak futási idejével jellemezni, hiszen a cél mindig az, hogy a lehető legpontosabb eredményt megfelelő precizitással kapjuk meg. Két azonos eredményt adó kód közül a jobbik kiválasztásához tehát nem csak a futási időket, hanem az eredmények szórását is figyelembe kell venni. Éppen ezért alkalmas a Monte Carlo szimulációk hatékonyságának összehasonlítására az úgynevezett Figure of Merit (FoM), melyet a (2.1) és (2.2) egyenletek segítségével lehet kiszámolni [13].

$$FoM = \frac{1}{r^2 \cdot T}, \quad (2.1)$$

ahol T a szimuláció időtartama másodpercben mérve, r^2 pedig a tapasztalati szórásnégyzet, melyet a (2.2) összefüggés ad meg.

$$r^2 = \frac{\sum_{i=0}^N (w_i \cdot D_i)^2}{\left(\sum_{i=0}^N (w_i \cdot D_i)\right)^2} - \frac{1}{N}, \quad (2.2)$$

ahol w a részecskesúly, D a detektorfüggvény, N pedig az indított fotonok száma.

Az M-CSIBE a fotonok által az egyes voxelekben leadott energiák, illetve ezek négyzetösszegét számolja, így minden voxelre meghatározható egy FoM érték. A $w_i \cdot D_i$ leadott energia az implicit befogás miatt fotoeffektusnál a foton statisztikai súlyának megváltozása megszorozva az energiájával, Compton-szórásnál pedig a foton energiájának megváltozása megszorozva a statisztika súlyával.

A képletekből egyértelműen látszik, hogy egy hatékonyabb kód nagyobb FoM

értéket eredményez, viszont a konkrét számérték erősen függ a szimuláció paramétereitől, és a futtatási környezettől, így csak relatív mérőszámként használható. Mivel a szórásnégyzet jellemzően fordítottan arányos a szimulált fotonok számával, a futási idő pedig egyenesen arányos azzal, így a FoM N növelésével egy konstans értékhez tart. A grafikuskártyák szálszervezése és egyedi működése miatt azonban a lineáris fotonszám–idő összefüggés globálisan nem teljesül. Szerencsére a FoM ennek ellenére használható marad, mivel kisebb tartományon is megállapítható, hogy állandósult-e már az értéke, és minden futtatást azonos fotonszámmal elvégezve az eredmények összehasonlíthatóak maradnak.

A program hatékonyságát tehát alapvetően kétféleképpen lehet növelni: a futási idő vagy a szórás csökkentésével. Előbbit a kód optimalizálásával és a megfelelő szabad úthossz sorsoló algoritmusok megválasztásával, utóbbit pedig új szóráscsökkentő módszerek alkalmazásával sikerült elérnem, ezekről lesz szó ebben a fejezetben.

2.1. Szabad úthossz sorsolás

A szabad úthossz sorsoló algoritmus helyes megválasztása egy adott problémához nagyságrendileg befolyásolhatja a program futási idejét. Már a szakdolgozatom készítése közben kiderült, hogy a PANNI-ban használt Woodcock módszer az akkori formájában nem alkalmas brachyterápiás célokra. Ennek az az oka, hogy rendkívül érzékeny a felhasznált anyagokra, pontosabban ezek hatáskeresztmetszetére. Egy példát felhozva 10^9 darab 380 keV-os foton szimulációja $20 \times 20 \times 20$ cm³-es homogén vízfantomban milliméteres felbontás mellett körülbelül 15 másodpercig tart, míg ha akármilyen kis mennyiségű irídium is található a rendszerben, akkor ez 1758 másodpercet vesz igénybe. Ennek a módszernek a felváltására implementáltam a sugárleptetést, mint szabad úthossz sorsoló eljárást, mely nagyságrendi szimulációs idő csökkenést eredményezett, ugyanakkor egy újszerű módosítással – mely negatív részecskesúlyokat is eredményezhet – sikerült újra versenyképessé tennem a Woodcock módszert is.

A következőkben ezeket az algoritmusokat fogom részletesen ismertetni külön kitérve előnyös és hátrányos tulajdonságaikra.

A Woodcock módszer

A Woodcock módszer során a program meghatározza adott energián az összes anyag teljes hatáskeresztmetszetei közül a legnagyobbat, ez lesz a majoráns hatáskeresztmetszet. Ezután elindul egy ciklus, amely először a foton helye és energiája

alapján meghatározza a fotont tartalmazó voxel anyagának hatáskeresztmetszetét. A következő lépésben szabad úthosszt sorsol a (2.3) egyenlet alapján, a majoráns hatáskeresztmetszetet használva, majd a (2.4) összefüggés alapján dönti el, hogy újraindul-e a ciklus. Ha az egyenlőtlenség teljesül, akkor újraindul, ha nem, akkor véget ér a szabad úthossz sorsolás. Az említett egyenletek a következők:

$$\Lambda = -\frac{\ln(\text{rand}(0, 1))}{\Sigma_{maj}}, \quad (2.3)$$

ahol Λ a szabad úthossz, Σ_{maj} a majoráns hatáskeresztmetszet, $\text{rand}(0, 1)$ pedig egy 0 és 1 közötti, egyenletes valószínűséggel sorsolt véletlen szám.

$$\text{rand}(0, 1) \geq \frac{\Sigma_t}{\Sigma_{maj}}, \quad (2.4)$$

ahol Σ_t az előző lépésben a fotont tartalmazó voxel anyagának teljes hatáskeresztmetszete.

Ez a módszer rendkívül gyorsan működik olyan rendszereknél, ahol nincsen kiugróan magas hatáskeresztmetszetű anyag, hiszen a programnak nem kell meghatároznia a foton metszéspontjait az útjába eső voxelek falaival [14, 32–33. oldal]. Nem véletlen, hogy a PANNI ezt a módszert alkalmazza, hiszen PET szimuláció során a fotonok a testben lévő különböző szöveteken haladnak keresztül, melyek között nincsen nagy hatáskeresztmetszet különbség. Brachyterápia során viszont fémtokban lévő sugárforrást juttatnak a szervezetbe, melynek a hatáskeresztmetszete többszöröse a vízének, és ettől rendkívül lecsökken a módszer hatékonysága. Ilyenkor ugyanis a majoráns hatáskeresztmetszet nagy lesz, és olyan közegen is nagyon kis lépésekkel halad keresztül a foton, ahol ez egyáltalán nem lenne indokolt. Előnyös tulajdonsága viszont, hogy a geometria felosztása elméletileg nem befolyásolja a szimuláció időtartamát, így nagy felbontás is könnyen elérhető vele.

A sugárléptetés

Itt jegyezném meg, hogy az angol irodalomban használt 'ray marching' kifejezésre nem találtam elterjedt magyar megfelelőt, csupán néhány helyen említették mint 'sugár masírozás', viszont véleményem szerint a sugárléptetés sokkal jobban kifejezi a módszer lényegét, így dolgozatomban ezt az elnevezést használom.

Az algoritmus első lépéseként a program egy mértékegység nélküli szabad úthosszt sorsol a (2.5) egyenlet szerint, majd egy cikluson belül addig lépteti a fotont a voxelek falain keresztül, amíg teljesül a (2.6) egyenlőtlenség. Amikor ez az egyen-

lőtlenség már nem áll fenn, akkor az utolsó lépés hosszát a (2.7) egyenlet adja meg. Az említett egyenletek a következők:

$$\Lambda = -\ln(\text{rand}(0, 1)), \quad (2.5)$$

ahol Λ a szabad úthossz, $\text{rand}(0, 1)$ pedig egy 0 és 1 közötti, egyenletes valószínűséggel sorsolt véletlen szám.

$$\sum_{i=1}^x (\Sigma_{t_i} \cdot l_i) < \Lambda, \quad (2.6)$$

ahol Σ_{t_i} a teljes hatáskeresztmetszete annak az anyagnak, melyben a foton az i -edik lépésben halad, és l_i az a távolság, amennyit megtesz az adott voxelen belül a következő faláig.

$$d = \frac{\Lambda - \sum_{i=1}^{n-1} (\Sigma_{t_i} \cdot l_i)}{\Sigma_{t_n}}, \quad (2.7)$$

ahol d az utolsó lépésben megtett úthossz, Σ_{t_n} pedig annak az anyagnak a teljes hatáskeresztmetszete, melyben a foton végül kölcsönhatásba lép.

A program minden lépésben meghatározza a foton helyzete és haladási iránya alapján, hogy melyik a következő fal, melyhez elér. Ehhez praktikusán csak a haladási irányának megfelelő 3 fal síkját vizsgálja meg. Az algoritmus sebességét némi képp növeli, ha valamelyik sebességkomponens 0, hiszen akkor csak a többi irányban keresi a következő metszéspontot.

Ennek a módszernek az a nagy előnye a Woodcockkal szemben, hogy a felhasznált anyagok elvileg nem befolyásolják nagy mértékben a szimuláció időtartamát. Hátránya viszont, hogy a geometria nagyobb felbontásával megnő a számítási igény a transzport során, ami a futási idő jelentősen növekedését eredményezi.

Negatív súlyos Woodcock módszer

A negatív súlyos Woodcock módszer során a majoráns hatáskeresztmetszet helyét egy tetszőlegesen megválasztható Σ_{samp} hatáskeresztmetszet veszi át a szabad úthossz mintavételezésében a (2.8) egyenletnek megfelelően.

$$\Lambda = -\frac{\ln(\text{rand}(0, 1))}{\Sigma_{samp}}. \quad (2.8)$$

A foton Λ -val történő elmozdítása után a program egy 0 és 1 közötti tetszőlegesen megválasztható q érték segítségével dönti el, hogy valódi ütközés történik-e a (2.9) egyenlőtlenség alapján.

$$rand(0, 1) \geq q. \quad (2.9)$$

Ha a feltétel teljesül, akkor valódi ütközés következik be, a foton súlyát pedig kompenzáljuk egy $\Sigma_t/(q \cdot \Sigma_{samp})$ szorzófaktorral. Ha azonban a feltétel nem teljesül, akkor virtuális ütközés történik, a foton súlyát pedig a

$$\left(\frac{1 - \frac{\Sigma_t}{\Sigma_{samp}}}{1 - q} \right) \quad (2.10)$$

faktorral szorozzuk meg, és a ciklus újraindul a szabad úthossz mintavételezésétől. A folyamat természetesen addig tart, amíg egy valódi ütközés nem történik, vagy adott esetben el nem hagyjuk a szimulációban vizsgált térfogatot [16].

Ez a módosítás a Woodcock módszer azon problémáját hivatott kiküszöbölni, hogy a kis méretű, ugyanakkor kiugróan nagy hatáskeresztmetszetű sugárforrás miatt az ebből kilépő fotonok a jóval ritkább közegben is kis lépésekkel haladnak tovább, ami jelentősen megnöveli a szimuláció időtartamát.

Ha a szabad úthossz mintavételezéséhez használt tetszőleges hatáskeresztmetszetet a $\Sigma_{samp} = b \cdot \Sigma_{maj}$ formában adjuk meg, akkor a $b = 1$, $q = \Sigma_t/\Sigma_{maj}$ paraméterek esetén visszkapjuk az eredeti Woodcock módszert. Ha viszont egy tetszőleges $b \in]0, 1[$ értéket választunk, akkor majoráns hatáskeresztmetszetenél kisebb hatáskeresztmetszetet mintavételezünk, és így nagyobb lépésekkel haladunk a rendszerben, ami várhatóan kisebb futási időt eredményez. Ugyanez a hatás várható $q \in]0, \Sigma_t/\Sigma_{maj}[$ érték választása esetén, hiszen ekkor megnöveljük a virtuális ütközések várható számát, azaz csökkentjük a mintavételezés sűrűségét. Adott azonban a lehetőség $q > \Sigma_t/\Sigma_{maj}$ választására, mellyel felülmintavételezhetjük a rendszerünket, vagy helyfüggő q esetén bizonyos térrészeket. A b és a q paraméterek tehát nagyfokú elrendezésfüggő optimalizációt tesznek lehetővé, miközben megmarad a Woodcock módszer azon előnye, hogy a geometria felbontása nem befolyásolja a számítási igényt.

Ha a $b < 1$ esetet jobban megvizsgáljuk, azt találjuk, hogy ha olyan közegben történik virtuális ütközés, melynek Σ_t hatáskeresztmetszete nagyobb, mint a mintavételezett Σ_{samp} , akkor a foton statisztikai súlyát egy negatív faktorral kell

megszoroznunk. Ez természetesen azt eredményezi, hogy a foton súlya negatív értéket vesz fel, mely ezután a voxelekben negatív energiajárulékokat adhat le. Ez az elsőre bizarrnak tűnő esemény, mint az a következőkben látni fogjuk, nem torzítja el a becslésünket, ugyanakkor a negatív energiajárulékok miatt egyértelműen rontja a szórást, mely a módszer legnagyobb hátulütője lehet.

A becslésünk torzítatlanságát úgy fogjuk bizonyítani, hogy belátjuk, a foton statisztikai súlyának várhatóértéke követi az exponenciális elnyelési törvényt (Beer-Lambert törvény), azaz $\mathbf{E}(w) = \exp\left(-\int_0^L \Sigma_t(x) dx\right)$, ahol L a közegben megtett teljes távolság.

Először is vezessük be a K változót, mint az ütközések számát a szabad úthossz sorsolás során. A toronyszabályt alkalmazva meghatározhatjuk a statisztika súly várhatóértékét K darab ütközés után, mely figyelembe véve, hogy $K \in \mathbb{N}$ a következő alakban írható fel:

$$\mathbf{E}(w) = \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{E}(w|K = k) f_K(k), \quad (2.11)$$

ahol az f_K függvény K , mint valószínűségi változó (valószínűségi) súlyfüggvénye.

Mivel az ütközések közötti távolságot exponenciális függvényből mintavételezzük, K Poisson eloszlást mutat $L\Sigma_{samp}$ várhatóértékkel.

Új feltételként bevezetve, hogy a ütközések között volt-e valós ütközés, kettéválaszthatjuk a várhatóérték képletét ismét csak a toronyszabályt alkalmazva.

$$\mathbf{E}(w) = \sum_{k=0}^{\infty} [\mathbf{E}(w|K = k, N_r = 0) \mathbf{P}(N_r = 0) + \mathbf{E}(w|K = k, N_r > 0) \mathbf{P}(N_r > 0)] f_K(k), \quad (2.12)$$

ahol N_r a valódi ütközések száma. Ha valódi ütközés történik, akkor a foton szabad úthossz sorsolása véget ér, így k ütközés után csak azok a fotonok fognak a transzport szempontjából nem nulla súllyal rendelkezni, melyek kizárólag virtuális ütközéseket szenvedtek, vagyis a szögletes zárójelben szereplő második tag nulla járulékot fog adni.

Annak a valószínűsége, hogy az i -edik ütközés virtuális, $(1-q)$, a foton statisztikai súlya pedig $\left(\frac{1 - \frac{\Sigma_t(x_i)}{\Sigma_{samp}}}{1-q}\right)$ faktorial szorozódik, így a keresett várhatóérték a következőképpen alakul:

$$\mathbf{E}(w) = \sum_{k=0}^{\infty} \left[\mathbf{E} \left(\prod_{i=1}^k \frac{1 - \frac{\Sigma_t(x_i)}{\Sigma_{samp}}}{1-q} \right) (1-q)^k \right] f_K(k). \quad (2.13)$$

A produktumban szereplő súlyfaktorok függetlenek, így a várhatóérték felcserél a

produktummal. Ha az ütközések száma (k) rögzített a $[0, L]$ intervallumon, akkor bizonyítható, hogy x_1, x_2, \dots, x_k együttes valószínűségi sűrűségfüggvénye egy egyenletes eloszlás sűrűségfüggvénye [15]. Ez esetünkben azt jelenti, hogy $\Sigma_t(x)$ egyenletesen mintavételezett a $[0, L]$ tartományon. Ezeket figyelembe véve tovább egyszerűsíthetjük képletünket;

$$\mathbf{E}(w) = \sum_{k=0}^{\infty} \left[\prod_{i=1}^k \left(1 - \frac{\bar{\Sigma}}{\Sigma_{samp}} \right) \right] f_K(k) = \sum_{k=0}^{\infty} \left(1 - \frac{\bar{\Sigma}}{\Sigma_{samp}} \right)^k f_K(k), \quad (2.14)$$

ahol $\bar{\Sigma} = \frac{1}{L} \int_0^L \Sigma(x) dx$.

Sokat egyszerűsít a levezetésen, ha észrevesszük, hogy ez a formula nagyon hasonlít a generátorfüggvény definíciójára. Egész pontosan ez a generátorfüggvény $\left(1 - \frac{\bar{\Sigma}}{\Sigma_{samp}} \right)$ pontjában felvett értéke, mely a K valószínűségi változó $L\Sigma_{samp}$ paraméterű Poisson eloszlása miatt a következőképpen alakítható át:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(x) &= \sum_{k=0}^{\infty} \left(1 - \frac{\bar{\Sigma}}{\Sigma_{samp}} \right)^k f_K(k) = G \left(1 - \frac{\bar{\Sigma}}{\Sigma_{samp}} \right) = \\ &= \exp \left(L\Sigma_{samp} \left(\left(1 - \frac{\bar{\Sigma}}{\Sigma_{samp}} \right) - 1 \right) \right) = \exp(-L\bar{\Sigma}) = \exp \left(- \int_0^L \Sigma_t(x) dx \right), \end{aligned} \quad (2.15)$$

ahol G a generátorfüggvény, melyre λ paraméterű Poisson eloszlás esetén teljesül a – levezetésben is használt – $G(x) = \exp(\lambda(x - 1))$ összefüggés. Az egyszerűsítések után már látható, hogy a bizonyítás végére érünk, amivel beláttuk, hogy becslésünk torzítatlan.

2.2. További szóráscsökkentő eljárások

Megfelelő szóráscsökkentő eljárások alkalmazásával elérhető, hogy kevesebb foton szimulációjával is ugyanolyan pontos és precíz eredményeket kapjunk – azaz a számítási eredmény valós értéktől való eltérése és statisztikai szórása ne változzon –, amivel nagyban csökkenhet a program futási ideje.

Az M-CSIBE kódban két új módszert teszteltem, melyek elérő módon hivatottak csökkenteni az eredmények szórását. Az első a pályahossz-becslő eljárás (Track-length estimator), mellyel a fotonok minden voxelben adnak járulékot amilyen keresztül haladnak útjuk során. A második pedig a Siccki módszer, mellyel

felülmintavételezzük a forrásból kölcsönhatás nélkül kilépő fotonokat, melyek túlnyomó részét adják a teljes szövetekben elnyelt dózishoz. Utóbbi eljárást Marsiczki Roland fejlesztette ki, aki részletesen ír erről 2015-ös BSc. szakdolgozatában [17].

Pályahossz-becslő (Track-length estimator)

A fotonok útjuk során több voxelen is áthaladhatnak úgy, hogy nem adnak járulékot ezekbe, sőt akár az is előfordulhat, hogy a vizsgált rendszerből kölcsönhatás nélkül távoznak, így pedig rengeteg számítási kapacitást pazarlunk el. Figyelmen kívül hagyjuk, hogy minden voxelen való áthaladáskor – vagy virtuális ütközéskor – megvan a valószínűsége annak, hogy a foton kölcsönhatásba lép az adott anyaggal és ezt az értéket ismerjük is. Ennek az erőforrás-pazarlásnak a kiküszöbölésére és egyben a szórás csökkentésére alkalmas a pályahossz-becslő alkalmazása [18].

Az eljárás némiképp eltér a sugárléptetéssel és a Woodcock módszerrel történő szabad úthossz sorsolás esetén. Utóbbi módszer esetén a virtuális ütközésenként leadott energiajárulékot a (2.16) kifejezés adja meg.

$$\left(\frac{\Sigma_t}{\Sigma_{maj}} \right) \cdot \left(\frac{\Sigma_p}{\Sigma_t} \right) \cdot w \cdot E, \quad (2.16)$$

ahol Σ_t az adott voxel kitöltő anyag teljes hatáskeresztmetszete az E energiájú fotonokkal szemben, Σ_{maj} a majoráns hatáskeresztmetszet, Σ_p a fotoeffektus hatáskeresztmetszete, w pedig a foton statisztikai súlya. Az első zárójelben szereplő hányados annak a valószínűsége, hogy egy adott lépésben valós ütközés történik, a másik pedig annak, hogy ha kölcsönhatásba lép a foton az anyaggal, akkor azt fotoeffektus formájában teszi.

Sugárléptetés esetén a voxelenként leadott energiajárulékot egy rövid megfontolás után kapjuk meg. Legyen $n(\underline{r}, E, \underline{\Omega}, t)$ a fotonsűrűség, és v az E energiájú fotonok sebessége. Ezek dt idő alatt $ds = v \cdot dt$ utat tesznek meg. Tehát annak a valószínűsége, hogy dt idő alatt fotoeffektusban vesznek részt $\Sigma_p \cdot ds$. Egy fázistérfogatba eső fotonok miatt létrejövő fotoeffektusok száma tehát:

$$\Sigma_p \cdot v \cdot n(\underline{r}, E, \underline{\Omega}, t) \cdot dV \cdot dE \cdot dt = \Sigma_p \cdot ds \cdot n(\underline{r}, E, \underline{\Omega}, t) \cdot dV \cdot dE. \quad (2.17)$$

Ebből látszik, hogy egy olyan foton által leadott energiajárulékot, mely a V

térfogatú voxelben l_i távolságot tesz meg a (2.18) kifejezéssel kaphatunk meg.

$$\frac{l_i \cdot \Sigma_p}{V} \cdot w \cdot E. \quad (2.18)$$

Azért is kézenfekvő ez a módszer, mert a sugárléptetés algoritmus során a voxelekben megtett l_i távolságokat mindig meghatározza az M-CSIBE kód.

Fontos megjegyezni, hogy egy foton útja során egy bizonyos voxelben akár több részletben is leadhat energiát, a program viszont ezek összegét és az összeg négyzetét tárolja el, hogy a tapasztalati szórás számolása korrekt legyen.

A Siccki eljárás [17]

A Marsiczki Roland által megvalósított eljárást 'Siccki' módszernek neveztem el. Az itt következő leírás részben megegyezik az ő szakdolgozatában olvashatóval.

A transzport-modellezésben felhasznált bármely függvénynek (szabad úthossz, szóródási szög, kiindulási hely stb.) mintavételezése helyett mintavételezhetünk más függvényeket is, ha megfelelő súlyokkal úgy korrigálunk, hogy a várható érték ne változzon. Ilyen eljárásokkal sokszor jelentős javulást érhetünk el egy Monte Carlo algoritmus hatékonyságában. A következőkben ilyen torzított Monte Carlo mintavételezések néhány egyszerű esetben történő korrekciójának meghatározásáról lesz szó.

Az alábbi levezetésekben, amennyiben azt külön nem jelzem az integrálok a teljes fázistérre vonatkoznak. Legyen $f(x)$ egy tetszőleges mennyiséget jellemző egyváltozós függvény és $D(x)$ egy tetszőleges detektorfüggvény, melynek várható értéke legyen

$$I = \int f(x)D(x)dx. \quad (2.19)$$

Definiáljunk az $f(x)$ függvényhez a $w = \int f(x)dx$ súlyt és egy

$$P(x) = \frac{f(x)}{\int f(x)dx} = \frac{f(x)}{w} \quad (2.20)$$

valószínűségi sűrűségi függvényt, majd vegyünk mintákat $P(x)$ -ből. Ekkor

$$I \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w_i D(x_i), \quad (2.21)$$

melynek bizonyításához vizsgáljuk meg a fenti mintavételezéssel kapott kifejezés

várható értékét.

$$\mathbf{E} \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w D(x_i) \right) = w \int_{-\infty}^{\infty} P(x) D(x) dx = \int f(x) D(x) dx = I. \quad (2.22)$$

Beláttuk tehát, hogy a fent definiált $P(x)$ -ből véve mintákat a definiált w súllyal korrigálva I -vel megegyező várható értéket kapunk.

Mintavételezzünk most úgy, hogy $f(x)$ függvény értelmezési tartományát felosztjuk $(-\infty, a)$ és $[a, \infty)$ részekre. Ekkor két súlyfüggvényünk lesz: $w_1 = \int_{-\infty}^a f(x) dx$ és $w_2 = \int_a^{\infty} f(x) dx$. Könnyen belátható, hogy ha $\frac{w_1}{w_1+w_2}$ arányában egy véletlenszámmal döntenénk el, hogy a $P_1(x) = \frac{f(x)}{w_1}$ vagy $P_2(x) = \frac{f(x)}{w_2}$ valószínűségi sűrűségfüggvényből vennénk mintát, melyek elemeit jelöljük x_i^1 -vel és x_i^2 -vel, akkor w_1 és w_2 súlyozással ismét visszakapnánk az I várható értéket.

Bonyolítsuk tovább az eljárást azzal, hogy $\frac{w_1}{w_1+w_2}$ helyett egy $p \in [0,1)$ számot használunk fel a mintavételezéshez, azaz vegyünk mintát p arányban x -nek $(-\infty, a)$ részhalmazából és $(1-p)$ arányban az $[a, \infty)$ részhalmazából. N mintavételből ilyenkor várhatóan $N_1 = pN$ -et veszünk P_1 -ből és $N_2 = (1-p)N$ -et veszünk P_2 -ből, így a két ágból vett mintákat $\frac{1}{p}$ -vel illetve $\frac{1}{(1-p)}$ -vel súlyoznunk kell. Vizsgáljuk meg a várhatóértéket ebben az esetben.

$$\begin{aligned} \mathbf{E} \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{w_1}{p} D(x_i^1) + \frac{w_2}{1-p} D(x_i^2) \right\} \right) &= \\ &= \mathbf{E} \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N_1} \left\{ \frac{w_1}{p} D(x_i^1) \right\} + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N_2} \left\{ \frac{w_2}{1-p} D(x_i^2) \right\} \right) = \\ &= \frac{1}{N} N p \frac{w_1}{p} \int_{-\infty}^a P_1(x) D(x) dx + \frac{1}{N} N (1-p) \frac{w_2}{1-p} \int_a^{\infty} P_2(x) D(x) dx = \\ &= \int_{-\infty}^a f(x) D(x) dx + \int_a^{\infty} f(x) D(x) dx = \int f(x) D(x) dx = I \quad (2.23) \end{aligned}$$

Az I becslése tehát ilyen mintavételezéssel is torzítatlan. Megjegyzendő, hogy ez az állítás $p = 0$ és $p = 1$ esetén nem igaz, ekkor ugyanis az egyik eseményágból egyáltalán nem veszünk mintát, ami nyilvánvalóan torzítja a várható értéket.

Alkalmazzuk ezt a mintavételezést a szabad úthossz sorsolására. Legyen $x \in [0, \infty)$ egy foton szabad úthossza, mint valószínűségi változó. Osszuk fel a tartományt most $[0, a]$ és (a, ∞) résztartományokra. Legyen $f(x)$ a (2.24) egyenlettel megadott szabad úthossz eloszlásfüggvénye (Beer-Lambert).

$$f(x) = 1 - \exp\left(-\int_0^x \Sigma(x')dx'\right). \quad (2.24)$$

Ekkor a $[0, a)$ tartományon belül maradás valószínűsége:

$$w_1 = 1 - \exp\left(-\int_0^a \Sigma(x)dx\right), \quad (2.25)$$

míg annak valószínűsége, hogy a szabad úthossz nagyobb a -nál:

$$w_2 = \exp\left(-\int_0^a \Sigma(x)dx\right) = 1 - w_1. \quad (2.26)$$

Mintavételezzük a fotonok szabad úthosszát aszimmetrikusan, azaz p arányban a fotonok tartományból egy szabad úthosszal történő kijutását, $(1 - p)$ arányban pedig a tartományon belüli kölcsönhatásba lépésüket. Ha tehát p arányban a

$$P'_1 = p \cdot \frac{f(x)}{w_2} \quad (2.27)$$

és $(1 - p)$ arányban a

$$P'_2 = (1 - p) \cdot \frac{f(x)}{w_1} \quad (2.28)$$

függvényeket mintavételezzük, akkor a fentiek értelmében ez egy torzítatlan becslést ad a szabad úthosszra.

A levezetett eljárás konkrét alkalmazása az M-CSIBE programban a következő. A fotonok p hányadát automatikusan kijuttatjuk a forrás felszínére $(1 - p)$ hányadát pedig rákényszerítjük, hogy még a forráson belül vegyen részt kölcsönhatásban. Előbbi eljárás a Monte Carlo módszerek között a következő esemény-becslők közé (Next Event Estimator) tartozik, utóbbi pedig egy kényszerített ütközés (Forced Collision, vagy Interaction Forcing) [14, 32. oldal].

A felszínre való kijuttatás úgy történik, hogy a sorsolt kezdeti helynek és irányvektornak megfelelően megkeresi a program, hogy az adott foton hol lépne ki a forrásból, illetve a hatáskeresztmetszetek alapján meghatározza ennek a w_2 valószínűségét. A fotont ezután kihelyezi a forrás felszínére, és a statisztika súlyát megszorozza a kijutás valószínűségével. Mivel – véletlenszámok segítségével – a fotonok p hányadát juttatjuk ki a forrásból, ezért ezek statisztika súlyát meg kell szorozni $\frac{1}{p}$ -vel.

A kényszerített ütközéshez szintén szükség van a kölcsönhatás nélküli kijutás valószínűségére (w_2), mivel a hagyományos szabad úthossz sorsoláshoz használt (2.5) képletbe w_2 és 1 közötti véletlenszámot behelyettesítve biztosan forráson belüli köl-

csönhatási helyet kapunk. Az ütközésre kényszerített fotonok statisztika súlyát a ki nem jutás valószínűségével $(1 - w_2)$ és $\frac{1}{1-p}$ -vel megszorozva a korábbi levezetés értelmében torzítatlan becslést kapunk.

A módszer szóráscsökkentő hatását az adja, hogy a Marsiczki Roland által vizsgált ^{192}Ir anyagú forrásvoxelből induló 380 keV-os fotonok által leadott energia 90–93%-át a forrásból kölcsönhatás nélkül kijutó foton adják, így ezeket felülmintavételezve csökkent az eredmények szórása. Az általa vizsgált elrendezésben a szórásnégyzet átlagosan 1,2-szeres javulása mellett a futási idő 5,6-részére csökkent, így összességében majdnem 7-szeres FoM növekedés sikerült elérnie a brachyterápiás szempontból fontos távolságokon belül.

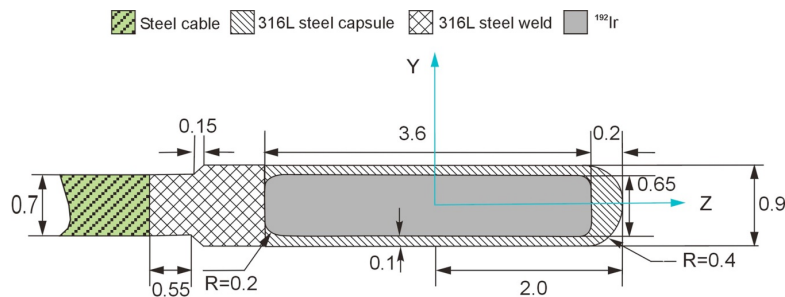
3. fejezet

Az új módszerek hatékonyságvizsgálata

A megvalósított szóráscsökkentő eljárások eredményei minden vizsgált esetben megegyeztek a program korábbi verziójával kapott értékekkel, így a kérdés már csak az, hogy milyen esetekben és mértékben képesek növelni a program hatékonyságát. A módszerek összehasonlításához használt geometria egy $20 \times 20 \times 20$ cm³-es homogén vízfantom, melynek közepében egy darab $1 \times 1 \times 1$ mm³-es irídium vagy ezüstvoxel (sugárforrás) található. A szimulációkat minden esetben 10^9 fotonnal végeztem, melyek a forráson belül egyenletes eloszlással sorsolt pontból és irányvektorral indultak.

A fejlesztések konkrét célja, hogy az Országos Onkológiai Intézetben is használt két brachyterápiás sugárforráshoz megtaláljuk a legmegfelelőbb Monte Carlo módszereket, viszont az eredmények megértése és a szóráscsökkentő módszerek tanulmányozása céljából részletesebb vizsgálatot végeztem. Bár a 3.1. ábrán látható Nucletron cég ¹⁹²Ir mHDR-v2 modelljének irídium magjából 380 keV-os, a 4.1. ábrán látható szintén Nucletron gyártású SelectSeed I-125 ezüstforrás magjából pedig 35,5 keV-os fotonok indulnak, mindkét forrásanyag esetén 30–450 keV között, 16 kiindulási energián végeztem szimulációkat. A brachyterápiában a forrástól sugárirányban 1 cm-re lévő pontot szokás referenciapontnak választani, így én is az ennek megfelelő voxelhez tartozó értékekkel végeztem el az eredmények összehasonlítását.

Először a pályahossz-becselő hatását vizsgáltam meg a szórásra, a futási időre és a FoM-re az említett körülmények között, a Woodcock módszer és a sugárléptetés mellett. Ezután a brachyterápiás szempontból fontos esetekben meghatároztam az optimális b , q és p paramétereket a negatív súlyos Woodcock, illetve Siccki módszerhez, hogy kiválaszthassam a leghatékonyabb módszerkombinációkat a kétféle forráshoz.



Nucletron HDR ^{192}Ir model mHDR-v2 source

3.1. ábra. Nucletron mHDR-v2 forrás anyagai és méretei milliméter mértékegységben [19].

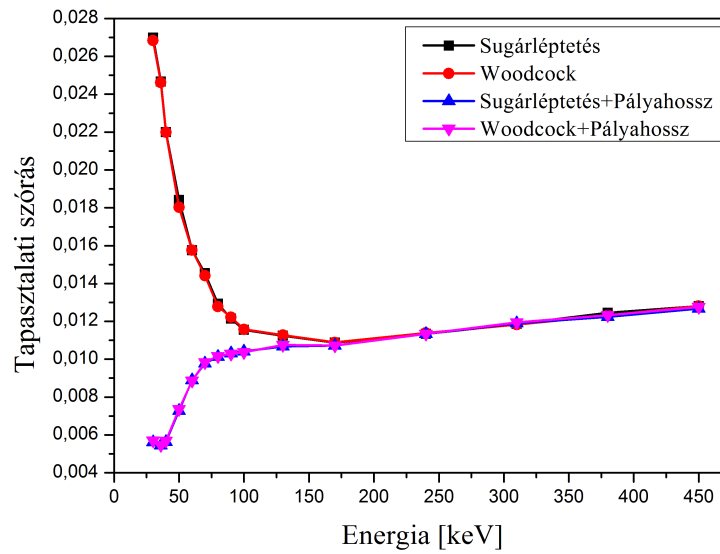
3.1. A sugárléptetés és a pályahossz-becslő átfogó vizsgálata

Ezüstforrással kapott eredmények

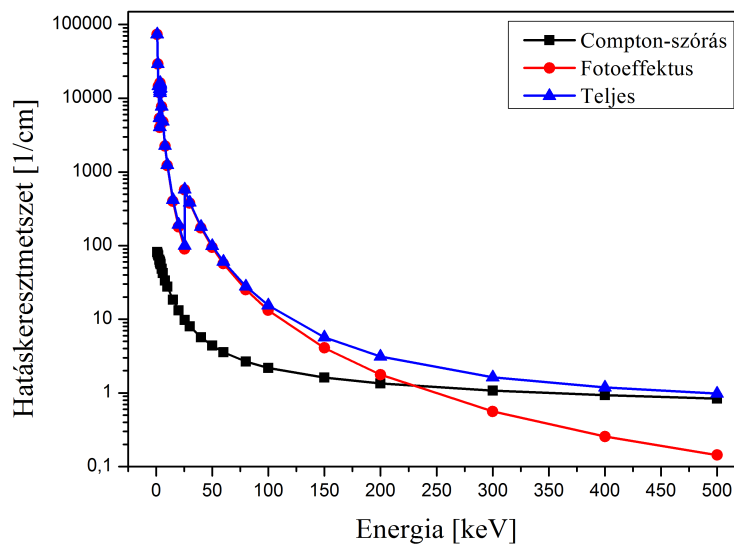
Először is vizsgáljuk meg, milyen hatással van a pályahossz-becslő használata a tapasztalati szórásra. A 3.2. ábrára ránézve három dolog azonnal feltűnik. Az első, hogy nincs jelentős eltérés a sugárléptetés és a Woodcock módszer szórása között. A legnagyobb – nagyítás nélkül is látható – eltérés 50 keV-nál van, ahol a szórás sugárléptetéssel 0,01841, Woodcock módszerrel pedig 0,01803, de ezek között is alig több mint 2% az eltérés. A második, hogy a pályahossz-becslő nagy energiákon (170 keV fölött) látszólag nincsen hatással a szórásra, kisebbeken viszont jelentős mértékben csökkenti azt.

A pályahossz-becslő nélkül azért nő meg jelentősen a szórás, mert – ahogyan az a 3.3. ábrán látható – drasztikusan megnő a forrásanyagban a fotoeffektus hatáskeresztmetszete, így sokkal kevesebb foton jut ki a forrásból, vagy ha megteszik, akkor is várhatóan kis statisztikai súllyal teszik azt. Az utóbbi állítást támasztja alá a 3.4. ábra, melyen a referenciavoxelben leadott összes energia látható a foton kiindulási energiájának függvényében. A pályahossz-becslő használatával a forrásban azonos távolságot megtett fotonok súlya ugyanolyan mértékben csökken, ami igaz lesz a vízben is, és mivel a Compton-szórás valószínűsége igen kicsi a fotoeffektuséhoz képest, jellemzően egyenes vonalban haladnak a fotonok, és közel azonos kicsi járulékot adnak le a referenciavoxelben.

A fotonenergia növelésével, ahogy a 3.5. ábrán is látható, drasztikusan csökken a fotoeffektussal leadott energia a Compton-szórással leadotthoz képest, azaz csökken a pályahossz-becslő miatt leadott energiák aránya, ami 170 keV fölött azt eredményezi, hogy ez a szóráscsökkentő módszer gyakorlatilag nincsen hatással a szórásra.

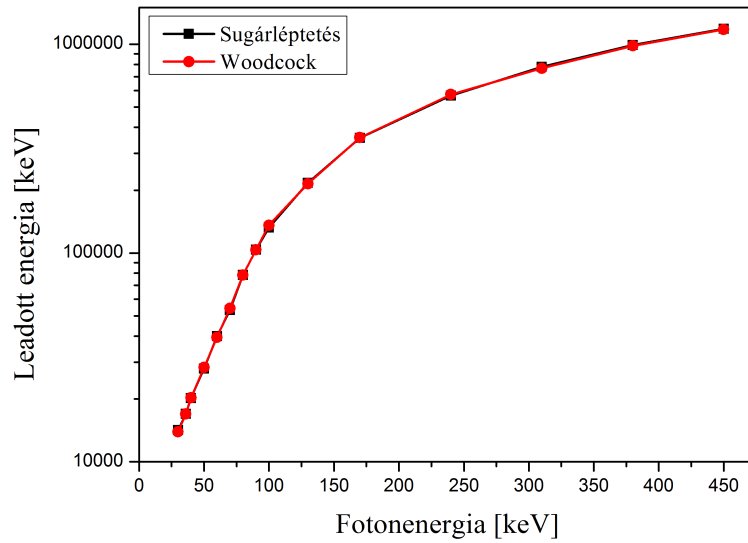


3.2. ábra. Tapasztalati szórás a fotonenergia függvényében, ezüstforrás mellett.

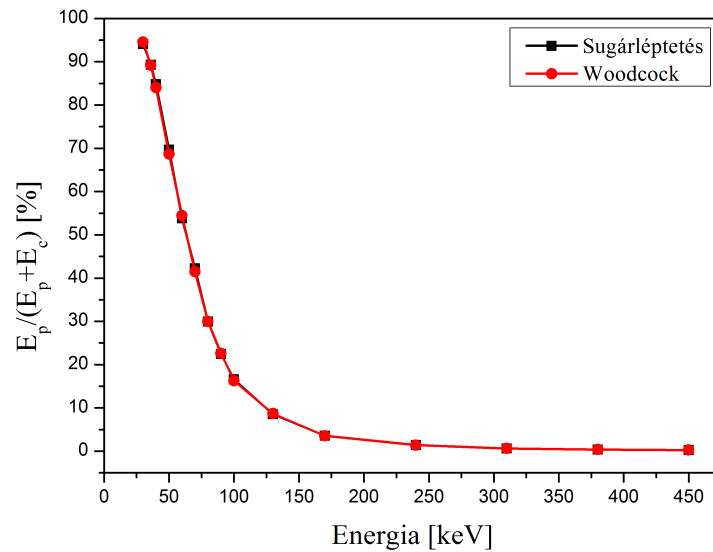


3.3. ábra. A hatáskeresztmetszetek energiafüggése ezüstben.

A 3.6. ábrán a futási idők kezdeti fotonenergia függése látható. A szórásnál tapasztaltaktól eltérően itt a különböző szabad úthossz sorsolással végzett szimulációk között van a legszembetűnőbb eltérés. Ahogy az várható volt, a pályahossz-becslő használata megnövelte a szimulációkhoz szükséges időt, hiszen minden voxelen való áthaladáskor időigényes memóriaműveletet kell végezzen a program. Kivétel ez alól a három legkisebb kezdeti foton energiával (30, 35,5 és 40 keV) végzett futtatás Woodcock módszer használatával. Ennek egyik oka az lehet, hogy a fotonok túlnyomó



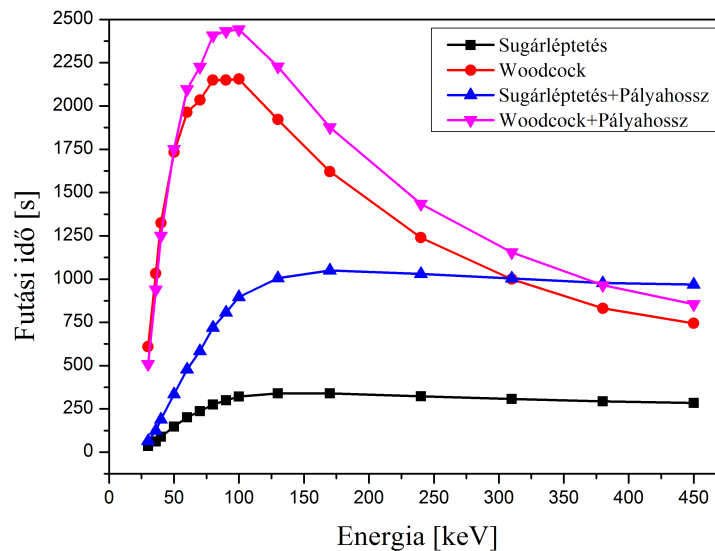
3.4. ábra. A referenciavoxelben leadott összes energia a fotonenergia függvényében, ezüstforrás mellett, szemilogaritmusos skálán ábrázolva.



3.5. ábra. A fotoeffektussal leadott energia százalékos aránya az összes leadott energiához képest a referenciavoxelben, ezüstforrás mellett.

többsége nem jut ki a geometriából – ahogy azt a 3.7. ábra is mutatja –, így azok követése addig történik, amíg el nem éri a levágási energiát, és ez pályahossz-követés esetén várhatóan gyorsabban bekövetkezik. A másik ok az, hogy a fotonok túlnyomó többsége nem jut ki a forrásból, és mivel energiátárolás nem virtuális ütközésenként történik, hanem a voxelekből való kilépéskor, illetve ebben az esetben az energia és a részecskesúly szorzatának 0,5 keV alá csökkenésekor, így a memóriaműveletek

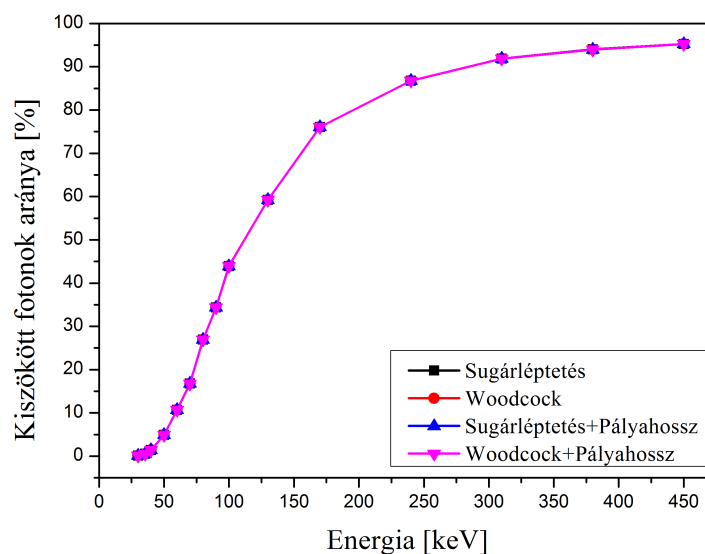
száma megközelíti a pályahossz-beclső használata nélkül tapasztalhatót. Az energiátárolások számát az is csökkenti, hogy 8,15 keV-on a víz teljes makroszkopikus hatáskeresztmetszete eléri a 10 cm^{-1} -t, amivel az átlagos szabad úthossz 1 mm-re csökken, így egyre kevesebbszer történik meg az, hogy a foton kölcsönhatás nélkül haladjon át egy voxelen. 50 keV kezdeti fotonenergia esetén még éppenhogy gyorsabb a szóráscsökkentő módszer nélküli kód, melynél a fotonok körülbelül 4,9%-a jut ki a geometriából. Kicsivel ez alatt van az a pont, amikor ugyanolyan gyors minkét programverzió. 100 keV alatt általánosan elmondható, hogy egyre nő a fotoeffektus valószínűsége, így csökken a fotonok által megtett út a geometriában, amivel csökken a futási idő is.



3.6. ábra. Futási idők a fotonenergia függvényében, ezüstforrás mellett.

Megfigyelhető, hogy sugárléptetésnél 100–170 keV között még egy kicsit emelkedik, de afölött már alig változik a futási idő. Ennek az az oka, hogy gyakorlatilag az összes foton kijut a geometriából – még ha lecsökkent súllyal is –, így mindegyik útját végig kell követni a voxeleken keresztül. Nagyobb energiák felé haladva a Compton-szórás hatáskeresztmetszete is csökken, amit követ a kölcsönhatások száma is, és a fotonok geometriában megtett átlagos úthossza is, ezért a futási idők enyhén csökkennek.

A Woodcock módszerrel történő szabad úthossz sorsolás esetén 100 keV fölött sokkal jelentősebb a futási idő csökkenése, mivel a fotonok egyre kevesebb lépéssel jutnak ki a geometriából. Azért tud ilyen mértékben csökkenni a pályahossz-beclső használata mellett is a futási idő, mert a majoráns hatáskeresztmetszet – azaz az ezüst hatáskeresztmetszete – jelentősen csökken, így megnő a virtuális ütközések

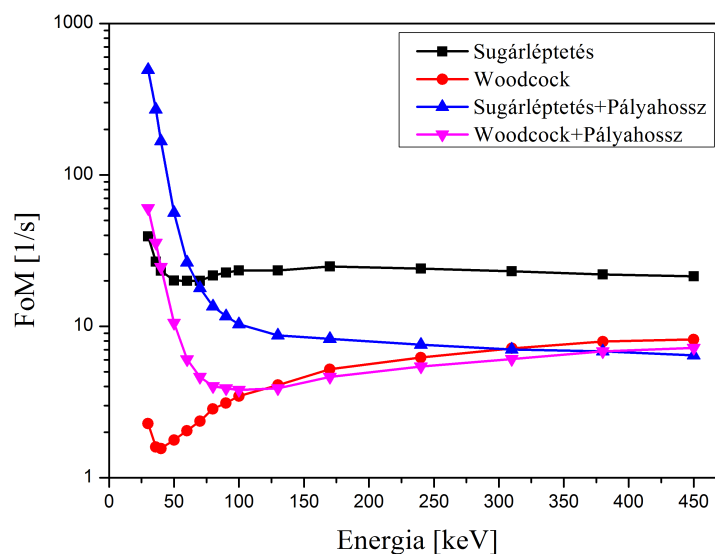


3.7. ábra. A kiszökött fotonok aránya a fotonenergia függvényében, ezüstforrás mellett.

között megtett távolság, és így egyre kevesebb lesz a memóriaművelet is. 122,16 keV mellett az ezüst makroszkopikus hatáskeresztmetszete már csak 10 cm^{-1} , azaz a virtuális ütközések közötti távolság eléri az 1 mm-t, vagyis a voxelek szélességét. A kölcsönhatások számának csökkenése azt eredményezi, hogy 380 keV-on még a pályahossz-becslővel kiegészített Woodcock is gyorsabb, mint a pályahossz-becslővel kiegészített sugárléptetés.

A futási idők és a szórás – pontosabban a szórásnégyzet – fotonenergia függésének összesített eredménye, azaz a FoM fotonenergia függése látható a 3.8. ábrán.

A pályahossz-becslő nélkül – nem meglepő módon – a sugárléptetés minden energián jobbnak bizonyult, hiszen azonos szórásértékeket produkált kisebb futási idők mellett. A pályahossz-becslő nagyobb energiákon; sugárléptetésnél 70 keV, Woodcock módszernél 130 keV fölött nem vezetett eredményre, hiszen nagyobb mértékben növelte meg a futási időt, mint amennyire csökkentette a szórásnégyzetet. Ennél kisebb energiákon azonban a szórás akár 80%-os csökkentésével sikerült lényegesen nagyobb FoM értékeket elérni mindkét szabad úthossz sorsoló eljárás esetében. Olyan mértékű ez a szórásnövekedés, hogy a 40 keV-os fotonenergia esetén 8,5-szer lassabb Woodcock módszerrel is hatékonyabban működik az M-CSIBE program, mint pályahossz-becslő nélkül, sugárléptetéssel. A legjobb eredményt 30 keV-on sikerült elérni, ahol sugárléptetésnél 12,6-szeresére, Woodcock módszernél pedig 26,5-szeresére nőtt a kód hatékonysága.

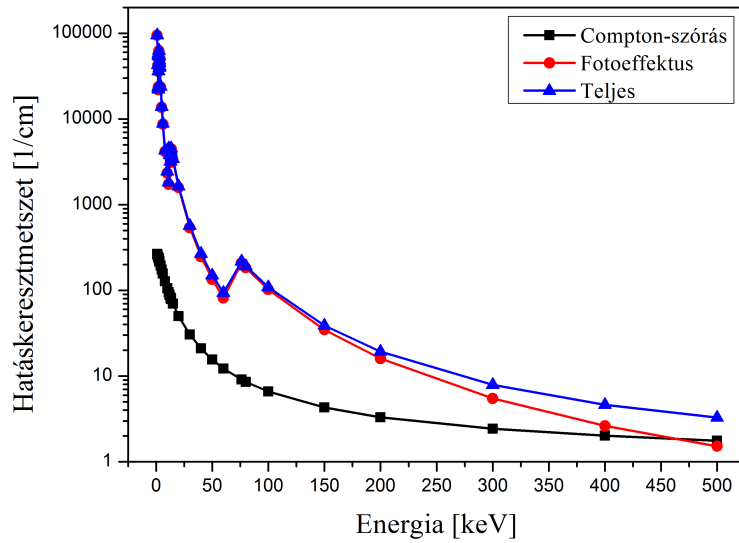


3.8. ábra. FoM a fotonenergia függvényében, ezüstforrás mellett, szemilogaritmikus skálán ábrázolva.

Iridiumforrással kapott eredmények

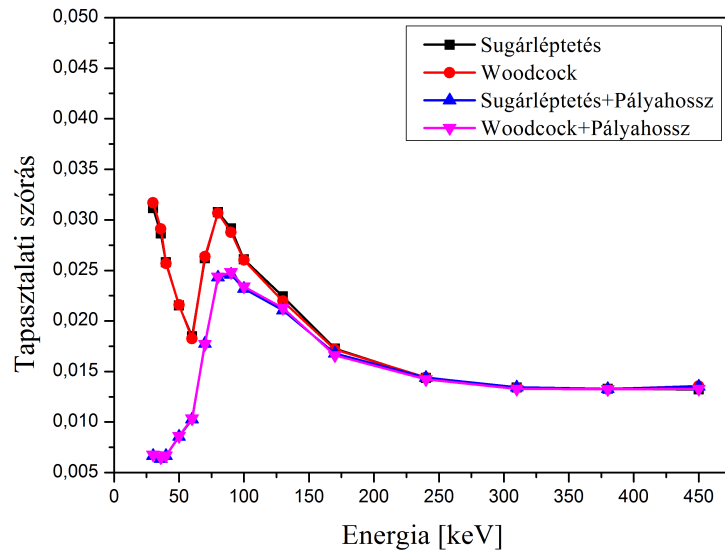
Az irídium- és ezüstforrással végzett szimulációk közötti legnagyobb különbséget az adja, hogy előbbi makroszkopikus hatáskeresztmetszete minden energián nagyobb, és 76,111 keV-nál található benne a K-él, nem pedig 25,514 keV-nál, ami nagyban befolyásolja az eredményeket [20]. Az említett energiatartományon 2,3-szeresére ugrik a hatáskeresztmetszet, ahogy az a 3.9. ábrán is látható. Szintén kiemelendő, hogy a fotoeffektus hatáskeresztmetszete egészen 464 keV-ig dominálja a teljes hatáskeresztmetszetet, míg ezüstben ez csupán 230 keV-ig van így.

A 3.10. ábrán látható a szórás fotonenergia függése, melyen a 80–90 keV körüli csúcs a legszembetűnőbb különbség az ezüstben kapott görbékhez képest. Kis energián itt is megmutatkozik a pályahossz-becslő módszer szórás csökkentő hatása, viszont 80 keV-ig rendkívüli mértékben megnő az eredmény szórása a korábban említett K-élnek köszönhetően. Itt ugyanis az történik, hogy a foton kezdeti energiája eléri az irídium atom K-héján lévő elektronjainak kötési energiáját, azaz képes lesz ezeket 'kilökní', így ugrásszerűen megnő az abszorpciós hatáskeresztmetszet. Ennek pedig az az eredménye, hogy kevesebb foton jut ki a forrásból, ami értelemszerűen megnöveli az eredmények szórását. Mindezt alátámasztja a 3.11. ábra, melyen jól megfigyelhető a referenciavoxelben leadott összes energiában bekövetkező esés 70 és 80 keV-nál. A 70 keV-nál bekövetkező csökkenés fizikailag indokolatlan, csupán az okozza, hogy a hatáskeresztmetszeteket tartalmazó fájlban csak 60 és 76,11 keV-



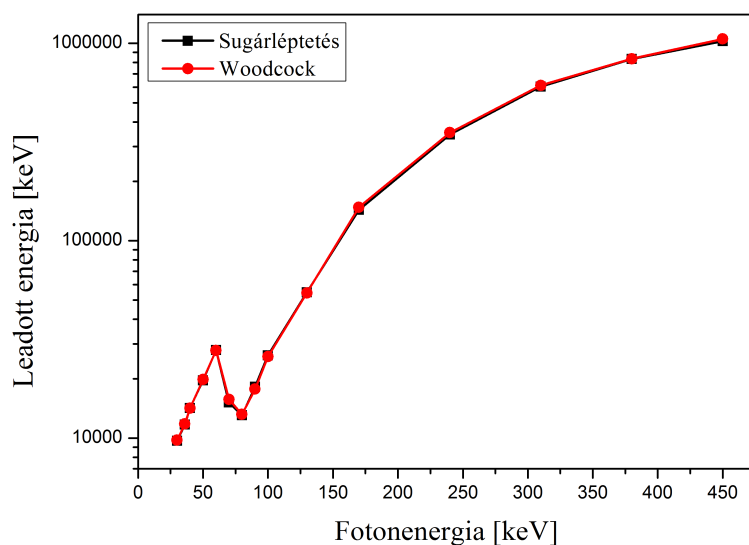
3.9. ábra. A hatáskeresztmetszetek energia függése irídiumban.

hoz tartozó hatáskeresztmetszetek találhatóak, így a köztes energiaértékeken az MCSIBE lineáris interpolációt végez, ami a valóságosnál nagyobb hatáskeresztmetszeteket eredményez. A brachyterápiás szempontból fontos 380 keV-os fotonok esetén ez az interpoláció feltehetően nem okoz számottevő hibát.



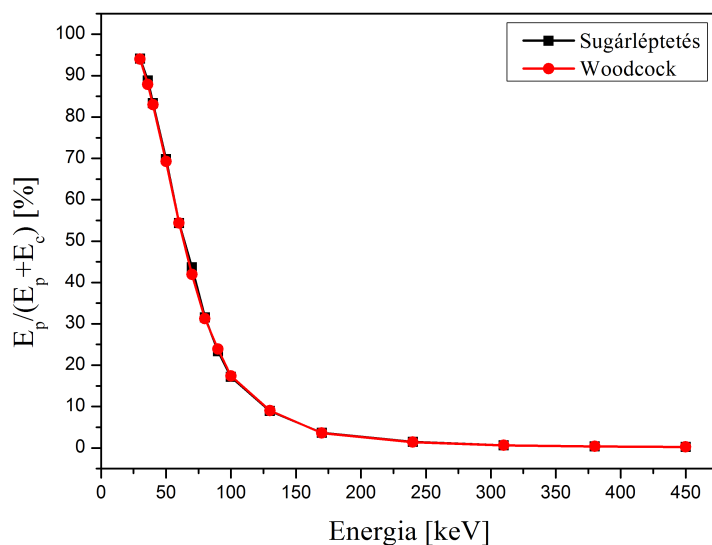
3.10. ábra. Tapasztalati szórás a fotonenergia függvényében, irídiumforrás mellett.

Nagy energiákon ismét azt tapasztaljuk, hogy a 3.12. ábrának megfelelően annyira lecsökken a fotoeffektussal leadott energia aránya az összes – azaz a Compton-szórással leadott energiához képest, hogy a pályahossz-becselő eljárásnak nincsen



3.11. ábra. A referenciavoxelben leadott összes energia a fotonenergia függvényében, irídiumforrás mellett, szemilogaritmikus skálán ábrázolva.

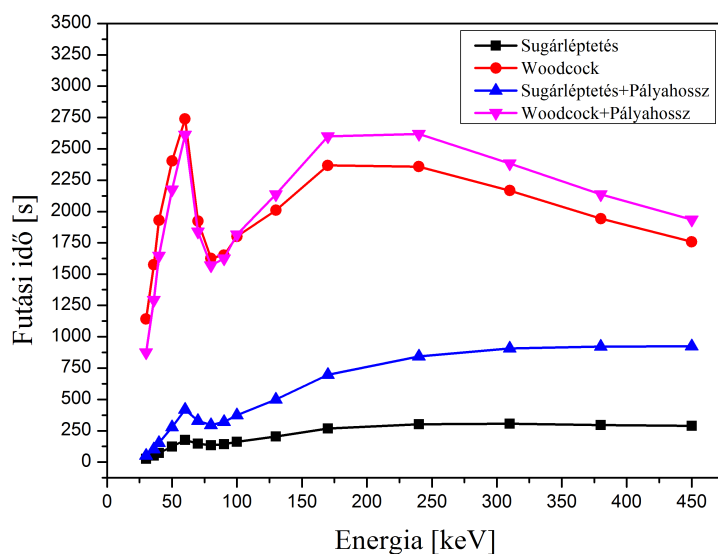
számottevő szóráscsökkentő hatása.



3.12. ábra. A fotoeffektussal leadott energia százalékos aránya az összes leadott energiához képest a referenciavoxelben, irídiumforrás mellett.

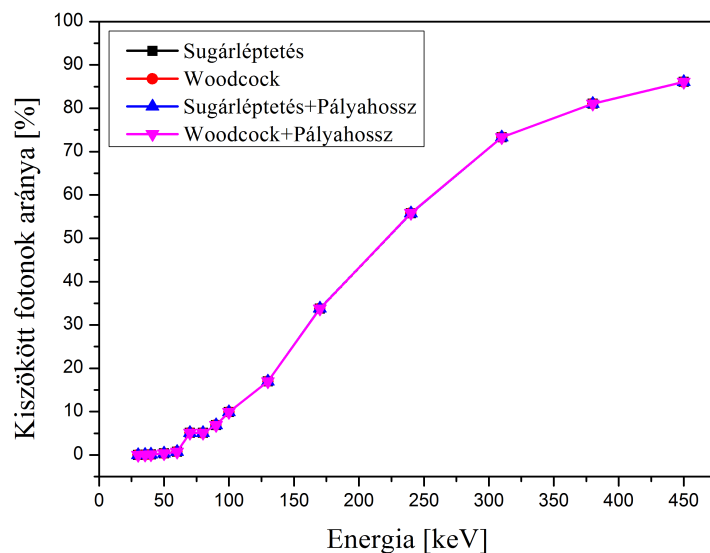
A 3.13. ábrán látható futási időket vizsgálva a hasonló vonások mellett felfedezhető az összes irídium és ezüst közötti különbség hatása is.

A pályahossz-becslő eljárás itt is általánosan megnövelte a szimulációk időtartamát, kivéve a kis energiás fotonokkal, Woodcock módszerrel végzett futtatások esetén. Nincs változás a nagy kezdőenergiával, Woodcock módszerrel végzett futta-



3.13. ábra. Futási idők a fotonenergia függvényében, irídiumforrás mellett.

tásokban sem, a futási idők ugyanolyan okból csökkennek, mint az ezüstnél, azaz egyre több foton szökik ki a geometriából, egyre kevesebb kölcsönhatással, ezt mutatja a 3.14. ábra is. A legkisebb energián pedig ismét a forrásban megtett úttal együtt csökken a futási idő is.



3.14. ábra. A kiszökött fotonok aránya a fotonenergia függvényében, irídiumforrás mellett.

Az egyik szembevetendő különbség az, hogy jóval nagyobb energia kell ahhoz, hogy az összes foton kijusson a forrásból és a geometriából, így sugárléptetés esetén később

áll be az a majdnem konstans érték, amely a fotonok voxeleken át történő követése és az energiatárolások miatt áll be.

Egy másik eltérést a nagyobb (majoráns) hatáskeresztmetszetek, és így a kisebb virtuális ütközések közti távolságok okoztak, mivel ezek Woodcock módszernél annyira megnövelték a futási időket, hogy még a legnagyobb energián is majdnem kétszer olyan sokáig tartott a szimuláció, mint a pályahossz-becslővel "lelassított" sugárléptetésnél.

A K-él itt is jelentősen befolyásolta a eredményeket; 70–80 keV energián erősen csökkentek a futási idők, hiszen a forrás megnövekedett abszorpciós hatáskeresztmetszetének köszönhetően hirtelen kevesebb foton tudott kijutni a forrásból, ami kevesebb számítással és energiatárolással járt. A futási idő növekedését ezután ismét az okozza, hogy egyre több foton jut ki a forrásból, majd nagy energiákon a korábban említett jelenségek érvényesülnek.

A FoM-ek 3.15. ábrán látható fotonenergia függése nagyon hasonló jelleget mutat, mint az ezüstnél látottak.

A nagyobb hatáskeresztmetszeteknek köszönhetően a Woodcock módszer lemaradása tovább nőtt a sugárléptetéssel szemben, mégpedig olyannyira, hogy még a pályahossz-becslővel együtt is minden energiánál alul marad a sugárléptetéssel szemben.

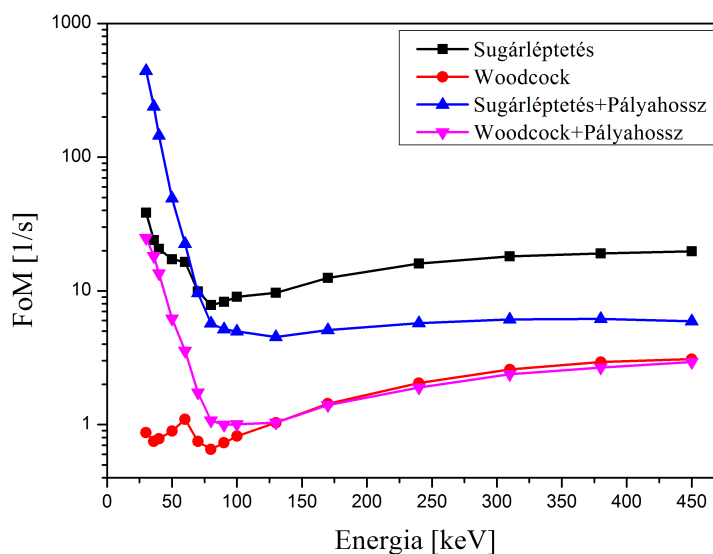
Nagy energián a pályahossz-becslő eljárásnak itt is a futási idő növelő tulajdonsága érvényesült, nem a szóráscsökkentő, viszont a futási időket kevésbé növelte meg, mint ezüstforrás esetén, így itt kevésbé rontotta a hatékonyságot.

Kis energián viszont ismét kiemelkedő eredményt sikerült elérni vele; a legkisebb 30 keV-os energián a sugárléptetés hatékonyságát 11,5-szeresére, a Woodcock módszerét pedig 28,6-szeresére növelte meg. A küszöbenergia, amely alatt érdemes használni ezt az eljárást, ismét 70 illetve 130 keV-nak adódott.

3.2. A paraméterek optimalizációja

A Siccki módszer p paramétere

Marsicki Roland a $p = 0,91$ -os paraméterértéknél találta meg az eljárás optimumát 2 mm-es felbontás mellett, 1 darab irídium voxelből indított 380 keV-os fotonok esetén. 1 mm-es felbontás mellett ugyanilyen elrendezésben, illetve ezüstvoxelből indított, 35,5 keV-os fotonok mellett sem sikerült ennél ideálisabb értéket találnom, így minden futtatást ezzel végeztem.



3.15. ábra. FoM a fotonenergia függvényében, irídiumforrás mellett, szemilogarit-mikus skálán ábrázolva.

A negatív súlyos Woodcock módszer b és q paramétere

A Siccki módszer p paraméterét könnyű volt optimalizálni, mivel ez egyetlen érték módosításával járt, melynek optimuma ráadásul nagymértékben energiafüggetlennek bizonyult. A negatív súlyos Woodcock módszer paramétereivel egész más volt a helyzet. Először is a két paraméter nagyon szorosan összefügg, így nem lehetett külön kezelni őket. Másrészt bizonyos tartományokban a paraméterek nem csak a program hatékonyságát, de a szórás nagymértékű növelésén keresztül az eredményeket is befolyásolták. Végül pedig az optimumok nem csak számértékben, de nagyságrendben is eltértek a különböző fotonenergiák esetében.

Az első tervem az volt, hogy a Σ_{samp} értékét a közeg majdnem teljes részét kitevő víz hatáskeresztmetszetéig csökkentem, viszont ekkor bármilyen q mellett hatalmas szórású, nagyrészt negatív energiaértékeket kaptam. Végül azt tapasztaltam, hogy az eredmények csak $b \geq 0,5$ esetén adják vissza a többi szimulációval kapott értékeket, így a $b \in [0,5; 1]$ tartomány különböző értékeihez kerestem meg a legmegfelelőbb q paramétereket.

A második – és talán legfontosabb – tapasztalat a módszerrel kapcsolatban, hogy esetünkben nem a ritkább mintavételezés miatti gyorsulással lehet a legjobban megnövelni a hatékonyságot, hanem – éppen ellenkezőleg – a q értékének olyan szintű növelésével, mely azt eredményezi, hogy a forrástól 1 cm-re lévő referenciavoxelnél

távolabb jóval kevesebb foton jut el, mint a torzítatlan mintavételezés esetén. Vagyis az történik, hogy a forráshoz közel eső térrész felül, a távolabbiak pedig alul lesznek mintavételezve. Ez természetesen azt eredményezi, hogy az ideális paraméterértékek nagyban fognak függeni attól, hogy milyen távolságban lévő voxelre optimalizálunk, és egyben felveti a pozíciófüggő q érték lehetőségét, melynek vizsgálatára sajnos nem került sor ennek a dolgozatnak a keretein belül.

Ki kell emelnem azt a megfigyelést is, hogy azonos beállítások mellett végzett futtatások eredményei közt jelentős eltérések adódhatnak. Megfelelő paraméterek mellett természetesen nem a várhatóértékek – azaz az elnyelt energiák – fognak egymástól különbözni, hanem ezek szórásértékei. A csökkenő fotonszám miatt ez nagy távolságokban kevésbé meglepő, de ennél a módszernél a forráshoz közeli, sűrűn mintavételezett voxelek között is akadnak olyanok, melyek szórása a környezetükben lévőkénél feltűnően nagyobb. Ennek a jelenségnek még nem sikerült tökéletesen utánajárni, de valószínűleg az okozhatja, hogy egyes fotonok kiugróan magas statisztikai súlyra tesznek szert útjuk során, és ezek leadott energiajáruléka jelentősen rontja a szórást. Egységnyinél nagyobb súlyra tehet szert egy foton, ha $\Sigma_t < q \cdot \Sigma_{samp}$ hatáskeresztmetszetű anyagban (vízben) virtuális, vagy $\Sigma_t > \Sigma_{samp}$ hatáskeresztmetszetű anyagban (irídiumban vagy ezüstben) valódi ütközést szenved a megfelelő $\left(\frac{1-\frac{\Sigma_t}{\Sigma_{samp}}}{1-q}\right)$ illetve $\Sigma_t/(q \cdot \Sigma_{samp})$ szorzófaktorok miatt.

A részletes paraméteroptimalizálás után úgy találtam, hogy ezüst forrás esetén $b=0,9$ és $q=0,004$, irídium forrás esetén pedig $b=0,7$ és $q=0,3$ értékek mellett kapjuk a legnagyobb FoM értékeket a forrástól 1 centiméterre lévő referenciavoxelben.

3.3. A leghatékonyabb módszerek kiválasztása különböző forrásokhoz

Ezüstforrással kapott eredmények

Az ezüstforrás esetén 10^9 darab 35,5 keV-os kezdőenergiájú fotont szimuláltam. Az eredmények a 3.1. táblázatban láthatóak.

Azt már a korábbiakban láttuk, hogy a szóráscsökkentő módszer nélküli programverziók közül a sugárléptetésnek nagyobb a hatékonysága, mint a Woodcock módszernek, de a táblázatból az is kiderül, hogy ezen a b és q paraméterekkel sem sikerül változtatni. Könnyen levonható következtetés továbbá, hogy a pályahossz-

Szabad úthossz sorsolás	Szóráscsökkentő módszer	Tapasztalati szórás [%]	Futási idő [s]	FoM [1/s]
Sugárléptetés	-	2,494	60,51	26,57
	Siccki	2,501	59,51	26,86
	Pályahossz	0,538	118,72	291,07
	Pályahossz+Siccki	0,409	258,50	230,73
Woodcock	-	2,457	1001,68	1,65
	Siccki	2,499	998,03	1,60
	Pályahossz	0,544	902,23	37,48
	Pályahossz+Siccki	0,408	1728,23	34,79
Negatív súlyos Woodcock	-	2,990	638,11	1,75
	Siccki	1,772	330,74	9,63
	Pályahossz	0,866	547,46	24,35
	Pályahossz+Siccki	0,536	443,37	78,54

3.1. táblázat. Ezüstforrás mellett kapott eredmények.

becslő minden esetben drasztikusan csökkenti a szórást, így nagyobb FoM értékeket eredményez. Érdekes módon a Siccki eljárás a sugárléptetés és a Woodcock módszer esetén csak akkor csökkentette a szórást, ha a pályahossz-követést is alkalmazta a program. Ilyenkor azonban a program futási ideje körülbelül kétszeresére nőtt meg, így összességében kisebb FoM értékeket kaptunk a Siccki módszerrel való kiegészítéssel, mint a pusztán pályahossz-becslőt alkalmazó kódverzióknál. Hasznosnak tehát gyakorlatilag csak a negatív súlyos Woodcock módszer mellett bizonyult, ami azért következhetett be, mert a forrás felületére kijuttatott fotonok súlya biztosan nem változott negatív előjelűvé a kijuttatás során.

A végső következtetést levonva a pályahossz-becslővel és a Siccki módszerrel kiegészített negatív súlyos Woodcock módszer több, mint kétszer hatékonyabb, mint a legjobb Woodcock módszert alkalmazó kódverzió, de ez még mindig messze elmaradt a pályahossz-becslőt alkalmazó sugárléptetéses verzióknál, melyek közül a Siccki módszer nélküli bizonyult hatékonyabbnak.

Iridiumforrással kapott eredmények

Az irídiumforrás esetén 10^9 darab 380 keV-os kezdőenergiájú fotont szimuláltam. Az eredmények a 3.2. táblázatban láthatóak.

A sugárléptetés és a Woodcock módszer összevetésében a Siccki módszer alkalmazása nem hozott érdemi változást. Bár minden esetben csökkentette a szórást és növelte a hatékonyságot, a két szabad úthossz sorsoló eljárás közti különbség sokkal jelentősebb, mint ennek a szóráscsökkentőnek a hatása. A pályahossz-becslő a

Szabad úthossz sorsolás	Szóráscsökkentő módszer	Tapasztalati szórás [%]	Futási idő [s]	FoM [1/s]
Sugárléptetés	-	1,329	296,75	19,08
	Siccki	1,271	289,57	21,36
	Pályahossz	1,327	921,06	6,17
	Pályahossz+Siccki	1,271	979,65	6,32
Woodcock	-	1,325	1943,22	2,93
	Siccki	1,265	1955,89	3,20
	Pályahossz	1,325	2135,87	2,67
	Pályahossz+Siccki	1,274	2142,58	2,87
Negatív súlyos Woodcock	-	0,951	13,61	811,88
	Siccki	0,832	14,65	987,03
	Pályahossz	1,050	30,81	294,55
	Pályahossz+Siccki	0,847	31,65	440,54

3.2. táblázat. Irídiumforrás mellett kapott eredmények.

korábban taglaltaknak megfelelően csak lassítja a programot, a szórás nem tudja érdemben csökkenteni, így ilyen nagy fotonenergián egyáltalán nem ajánlott a használata.

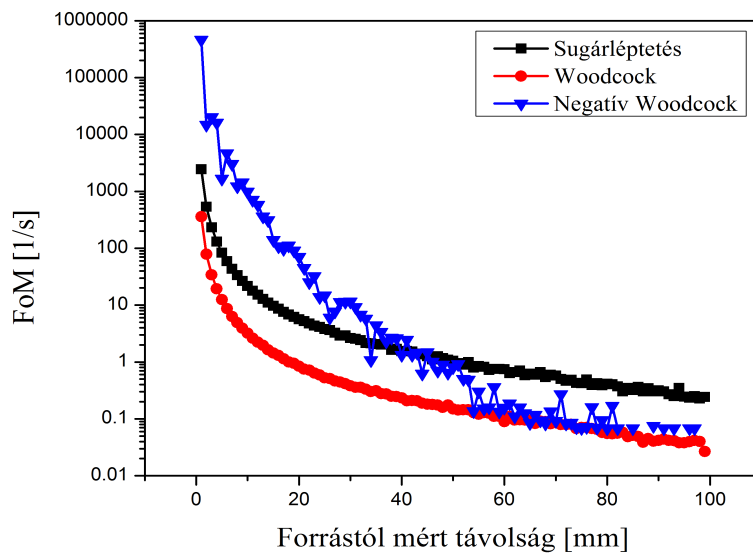
Nem úgy, mint a negatív súlyos Woodcock módszeré, mely minden esetben ki-magasló eredményeket produkált. A lenyűgöző FoM növekedés oka csak kis részben a módszer szóráscsökkentő hatása, a legtöbbet a futási idő csökkentésével sikerült nyernie. Ennek az az oka, hogy míg a hagyományos Woodcock módszer, vagy a sugárléptetés esetén a fotonok mintegy 81%-a kijut a vizsgált rendszerből, magukkal hordozva az elindított energia majdnem 53%-át, addig $b=0,7$ és $q=0,3$ paraméterek mellett a fotonok kevesebb, mint 30%-a és az energia 28%-a szökik el a rendszerből. Azért csökken tehát ennyit a futási idő, mert átlagosan sokkal rövidebb távolságon kell végigkövetni a fotonok útját, mivel ezek korábban leadják összes energiájukat. A megfelelő súlyozás miatt a forrás közelében így jó eredményt kapunk, ráadásul a felülmintavételezés miatt kisebb szórással, a forrástól távolabb azonban jóval kevesebb foton jut el, így itt jelentősen megnő az energiaértékek szórása. Felmerül a kérdés, hogy miért nem kaptunk magasabb FoM-et, ha magasabb q értékkel akár az összes fotont elnyeletjük a geometriában. Ennek az az oka, hogy ilyen nagy q esetén már a forrástól 1 cm-re lévő voxelbe is kevesebb foton jut el, ami nagyobb szórás eredményez, és ezt nem kompenzálja a futási idő további csökkenése. Ehhez kapcsolódóan az ezüstforrás esetén azért nem sikerült sokat nyernünk a negatív súlyos módszerrel, mert ott a kisebb fotonenergia miatt eleve csak a fotonok 0,36%-a és az energia 0,33%-a jut ki a rendszerből.

Összesítve tehát a táblázat eredményeit irídiumforrást tartalmazó elrendezésben

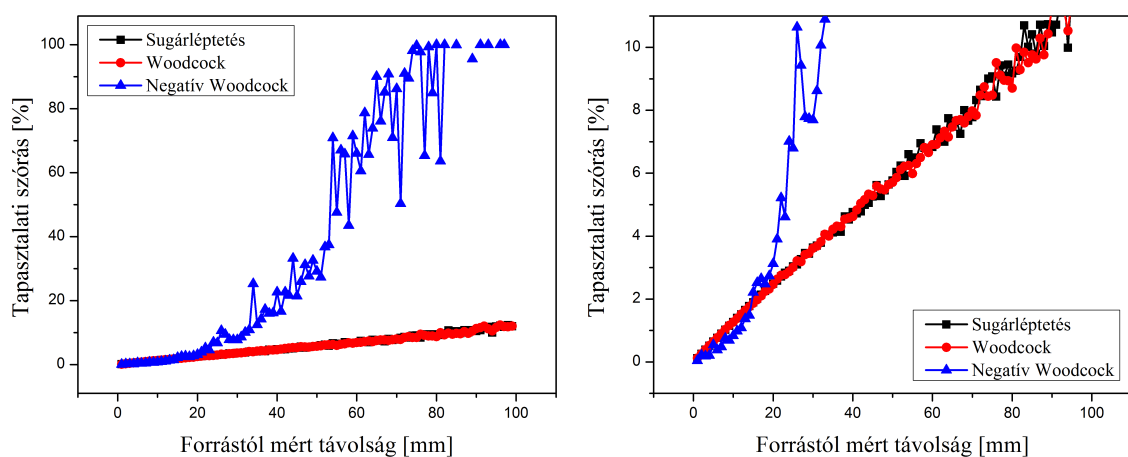
a negatív súlyos Woodcock módszer messze felülmúlta a többi szabad úthossz sorsoló eljárást, és bár a pályahossz-becslés itt negatív hatást fejtett ki, a Siccki módszerrel sikerült a hatékonyságot még tovább javítani.

Bár a negatív súlyos Woodcock módszer sikere megkérdőjelezhetetlen, azért érdemes egy pillantást vetni a 3.16. és a 3.17. ábrákra, melyeken a FoM és a tapasztalati szórás látható a forrástól mért távolság függvényében, mindhárom szabad úthossz sorsoló eljárás esetén, Siccki módszer használatával. Azt lehet látni, hogy míg a sugárléptetés azonos szórás mellett tud gyorsabb lenni a Woodcock módszernél – és így mindenhol nagyobb FoM értékeket produkálni –, addig a negatív súlyos Woodcock módszer csak az első másfél centiméteren ad jobb szórást, és a kevesebb, mint tized akkora futási idő ellenére is 4 centiméternél távolabb már egyértelműen rosszabb a hatékonysága, mint a sugárléptetésnek. A 10%-nál nagyobb szórású Monte Carlo módszerrel kapott eredményeket ráadásul nem szokás elfogadni, így ez a módszer ilyen paraméterekkel igen rövid hatótávolságúnak bizonyult a 10^9 szimulált foton mellett. Ez az eredmény is rámutat a helyfüggő q paraméter szükségességére olyan esetekben, amikor szeretnénk elnyújtani a felülmintavételezett tartomány méretét.

Látható, hogy a FoM növekedése a Siccki módszer hatására messze elmaradt a Marsiczki Roland munkájánál említett majdnem 7-szeres faktortól. Ennek egyik oka, hogy ő 2 mm-es felbontással dolgozott, amelynél a szórásnégyzet reciproka körülbelül 1,2-szeresére nőtt meg. A program jelenlegi verziója ugyanekkora növekedést tud elérni azonos felbontás mellett, viszont 1 mm-es felbontás esetén ez a növekedés csak 1,09-szoros. A másik ok az, hogy a szóráscsökkentő nélküli sugárléptetés futási ideje már nem csökken le 5,58 részére a Siccki módszer alkalmazásával, ami minden bizonnyal a kódban azóta bekövetkezett fejlesztések eredménye, melyek harmadrészére csökkentették a sugárléptetési verzió futási idejét.



3.16. ábra. FoM a forrástól mért távolság függvényében, különböző szabad úthossz sorsolók esetén, Siccki módszerrel, irídiumforrás mellett, szemilogaritmikus skálán ábrázolva.



3.17. ábra. Tapasztalati szórás a forrástól mért távolság függvényében, különböző szabad úthossz sorsolók esetén, Siccki módszerrel, irídiumforrás mellett.

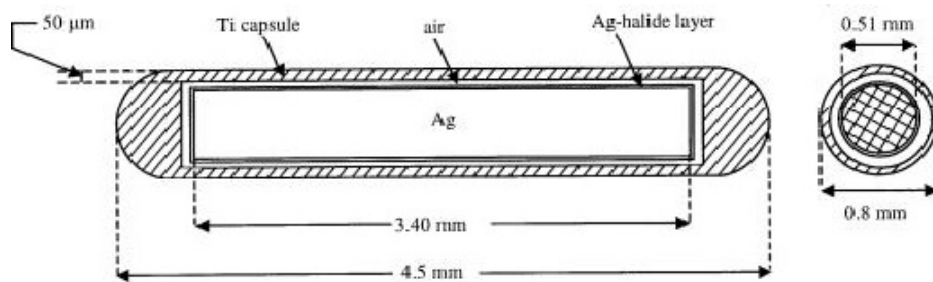
4. fejezet

Forrásmodell fejlesztése

A pontos szimulációk elvégzéséhez elengedhetetlen a megfelelő forrásmodell használata. A korábbiakban kiterjedt források vizsgálatakor a voxelekre osztott geometriában nem volt lehetőség görbült felületek definiálására, ezért mindig téglatesttel kellett közelíteni a jellemzően hengerszimmetrikus forrásokat. A milliméteres felbontás mellett ez azt eredményezte, hogy a forrásmodellek mérete nagyobb volt a valóságban használtakénál, és a forrásmagtól egészen eltérő összetételű és sűrűségű borítást sok esetben teljesen el kellett hanyagolni. Éppen ezért fontos előrelépés a program életében, hogy most már pontos méretű és összetételű forrásmoddellel is végezhetünk futtatásokat.

Az első forrás, melynek pontos geometriáját felhasználja a program a Nucletron cég SelectSeed I-125 modellje, melynek felépítése a 4.1. ábrán látható [21]. A forrás három fontos részből áll: ezek az ezüst mag (seed), a titán kapszula és a kettő között lévő levegő. A magot egy nagyon vékony, $3\ \mu\text{m}$ -es ezüst-halogenid (AgCl/AgI) réteg borítja, melyet elhanyagoltam a modell felépítésében, mivel biztosan nem okozna mérhető eltérést a szimulációkban, viszont megnövelné a futási időt, és tovább bonyolítaná a kódot. A második közelítés, mellyel élnem kellett, az, hogy a magot a titán kapszula által körülzárt térrész közepére rögzítettem, ezzel elhanyagolva annak körülbelül $0,147\ \text{mm}$ -es hosszanti, és $0,092\ \text{mm}$ -es sugárirányú szabad elmozdulásának lehetőségét. Figyelembe véve, hogy a levegőnek elhanyagolhatóan kicsi a befolyásoló hatása a fotonokra, ez a közelítés sem okozhat számottevő eltérést az eredményekben.

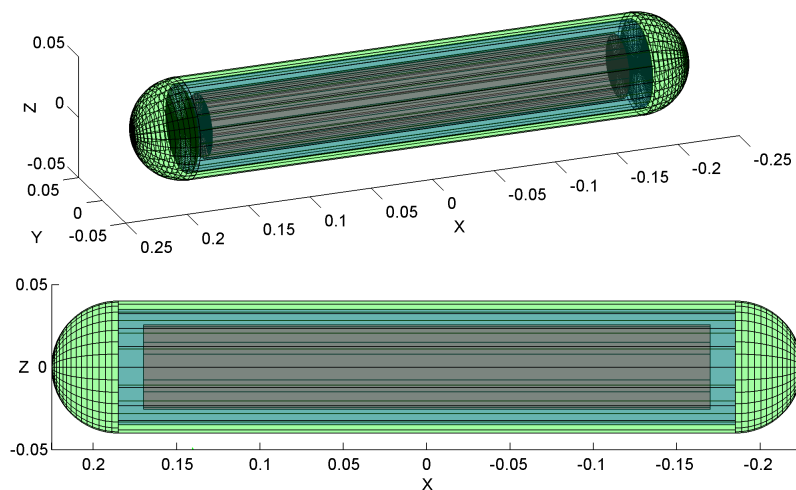
A sugárléptetés megvalósításához arra van szükség, hogy a program meghatározza a forrásból kiinduló, vagy azon áthaladó fotonok útjának metszéspontjait, a forrás különböző anyagainak felületeivel. Mivel ennek megvalósítása és tesztelése



4.1. ábra. SelectSeed I-125 forrás anyagai és méretei.

rendkívül körülményes lett volna magában az M-CSIBE programban, ezért először MATLAB környezetben hoztam létre az algoritmust, és csak a végleges mindenféle próbának alávetett verziót ültettem át CUDA C/C++ környezetbe.

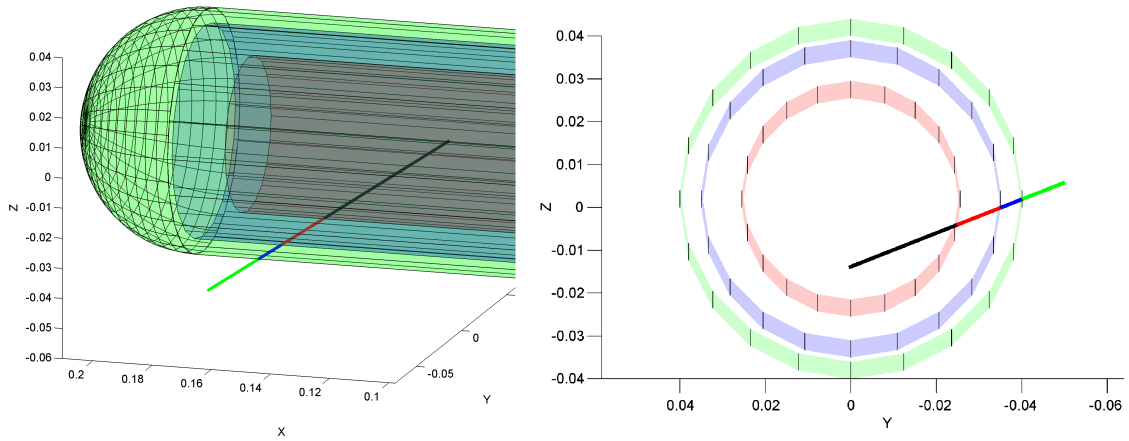
Kihasználtam, hogy a MATLAB-ban aránylag könnyű háromdimenziós ábrákat készíteni, így vizuálisan is ellenőrizni tudtam a forrásmodellt, és az algoritmus helyes működését. A 4.2. ábrán a valós méretű háromdimenziós forrásmodell, és annak egy kétdimenziós vetülete látható.



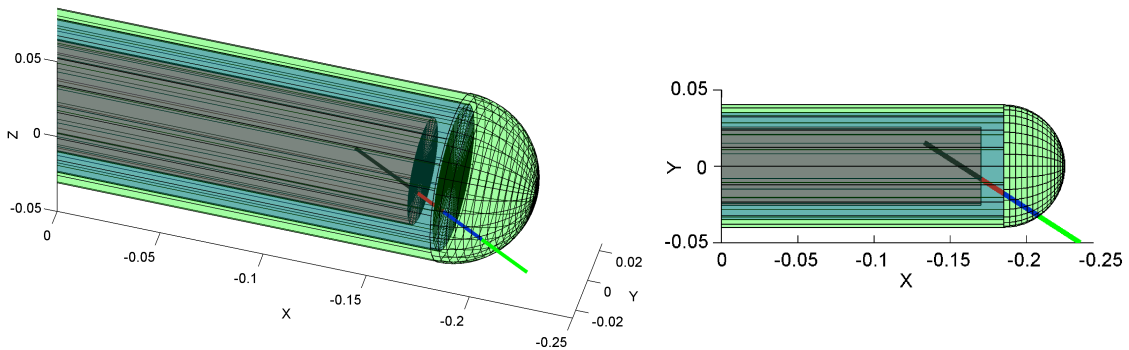
4.2. ábra. A háromdimenziós forrásmodell, és egy kétdimenziós vetülete MATLAB környezetben.

A 4.3. és 4.4. ábrákon a forrásmagból induló fotonok útja látható. Fekete vonal jelzi a magon belül, piros a levegőben, kék a kapszulában, zöld pedig a forráson kívül megtett utat. Ez az algoritmus nem számol szabad úthosszt, és nem szimulál kölcsönhatásokat, így a foton útja mindig egy egyenes. A hangsúly azon van, hogy az algoritmus megtalálja a különböző felületekkel való metszéspontokat, így meg tudja határozni az adott anyagokban megtett úthosszakat még akkor is, ha a foton a 4.4. ábrán látható módon a forrás szélén lévő félgömbön keresztül lép ki a forrásból.

A fotonléptető algoritmust kibővítettem úgy, hogy az alkalmas legyen a forráson



4.3. ábra. A forrás magjából kiinduló és az oldalán kilépő foton útja a különböző anyaghatárokon keresztül.

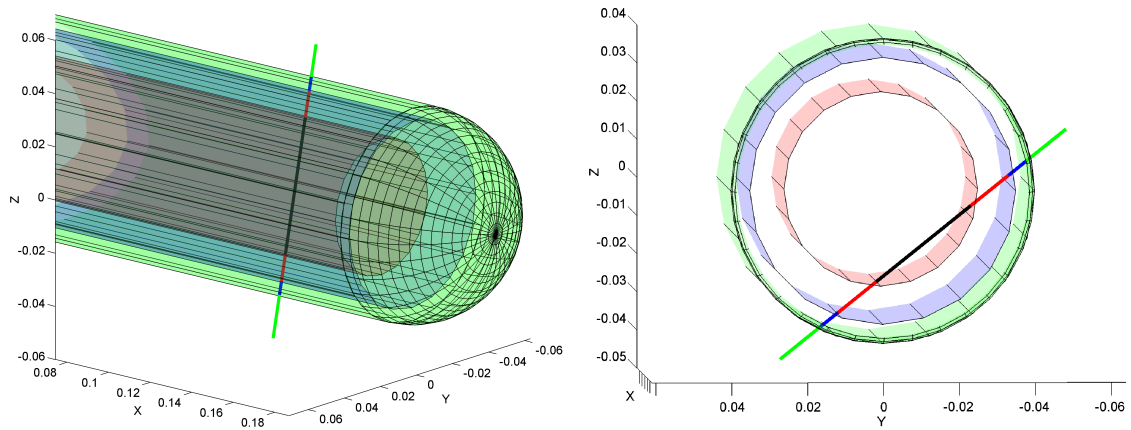


4.4. ábra. A forrás magjából kiinduló és annak szélén lévő félgömbön keresztül kilépő foton útja a különböző anyaghatárokon keresztül.

kívülről érkező fotonok mozgására is az anyaghatárokon keresztül. Így egy tetszőleges irányban és ponton beérkező, vagy a forrás bármely pontjából kiinduló fotont képes kezelni. Utóbbira a forrásban kölcsönhatásba lépő, majd új irányba elinduló fotonok miatt van szüksége a programnak. Egy a forráson kívülről érkező és azon áthaladó foton útjára látható példa a 4.5. ábrán.

Mivel a szimulációk továbbra is voxelizált geometriában történnek, a forrást virtuálisan egy $5 \times 1 \times 1$ voxelből álló téglatest középre helyeztem. Az algoritmus – ahogyan az a korábbi ábrákon is látható – ennek a téglatestnek a faláig lépteti a fotonokat, ahonnan már használható az eddig is használt sugárléptetés algoritmus. Ez az új kódrészlet tehát csak egy kibővítése a jól működő sugárléptetésnek, amely akkor kap szerepet, ha a foton belép a forrást körülvevő öt voxelek egyikébe. Ez a módszer azzal a megkötéssel jár, hogy a forrás jelenleg csak a geometria három tengelyének megfelelő irányában állhat. A későbbiekben úgy kell majd módosítani ezt az eljárást, hogy a forrás tetszőleges irányban állhasson.

A kód átültetése sikeres volt az M-CSIBE programba, ahol kiegészült a szabad



4.5. ábra. A forráson kívülről érkező és azon áthaladó foton útja a különböző anyaghatárokon keresztül.

úthossz sorsolással, így a fotonok kölcsönhatásba is léphetnek a forrással, ami általában az irányvektor megváltozásával is jár. A végső algoritmust kompatibilissé tettem a pályahossz-követéssel és a Siccki módszerrel is. Utóbbi esetében a forrás mindhárom rétegén keresztül juttatja ki az algoritmus a fotonokat, melyek súlya a levegő miatt nem csökken, így itt kényszerített ütközés sem történhet.

5. fejezet

CT-képek beolvasása

Az M-CSIBE programot kezelő MATLAB függvényt úgy módosítottam, hogy képes legyen DICOM formátumú CT-képek beolvasására, és egy egyszerűsített szegmentálási algoritmussal a levegő, csont- és a lágyszövetek megkülönböztetésére [22]. Így tehát egy CT-kép feldolgozásával már valós anyageloszlás mellett is végezhetünk szimulációkat.

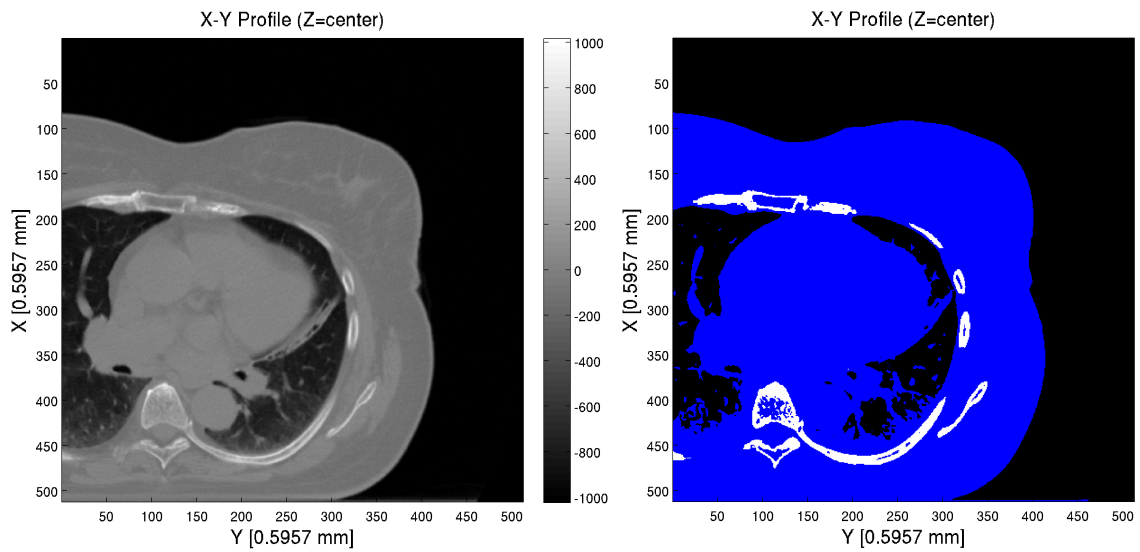
A DICOM fájl beolvasása után a MATLAB függvény létrehozza a 3 dimenziós anyageloszlás tömböt a program számára. Ehhez első lépésben a fájlban tárolt értékekből, valamint a hozzájuk tartozó skálafaktorból és eltolási értékből meghatározza az egyes voxelekhez tartozó Hounsfield értékeket, vagy más néven CT számokat. Ezután ezekről eldönti, hogy beleesnek-e a félempirikus módon meghatározott -620–160 HU-os tartományba, amelynél kisebb értékek esetén levegő, a nagyobbaknál csont kerül a megfelelő voxelbe. A tartományon belüli értékek mind különböző lágyszövetekhez tartoznak, melyek helyére víz kerül majd a szimulációban.

A felosztás alapját az adja, hogy az emberi szervezetben a brachyterápás célokra használt fotonenergiákon ennek a három anyagtípusnak van jelentősen eltérő hatáskeresztmetszete. A levegő feltételezett sűrűsége a programban nulla – így a fotonok nem lépnek vele kölcsönhatásba. A csont az ICRU ajánlásának megfelelő összetételű és $1,85 \text{ g/cm}^3$ sűrűségű [23][24]. A víz sűrűsége $0,998207 \text{ g/cm}^3$, mely szintén megfelel az ICRU szabványnak.

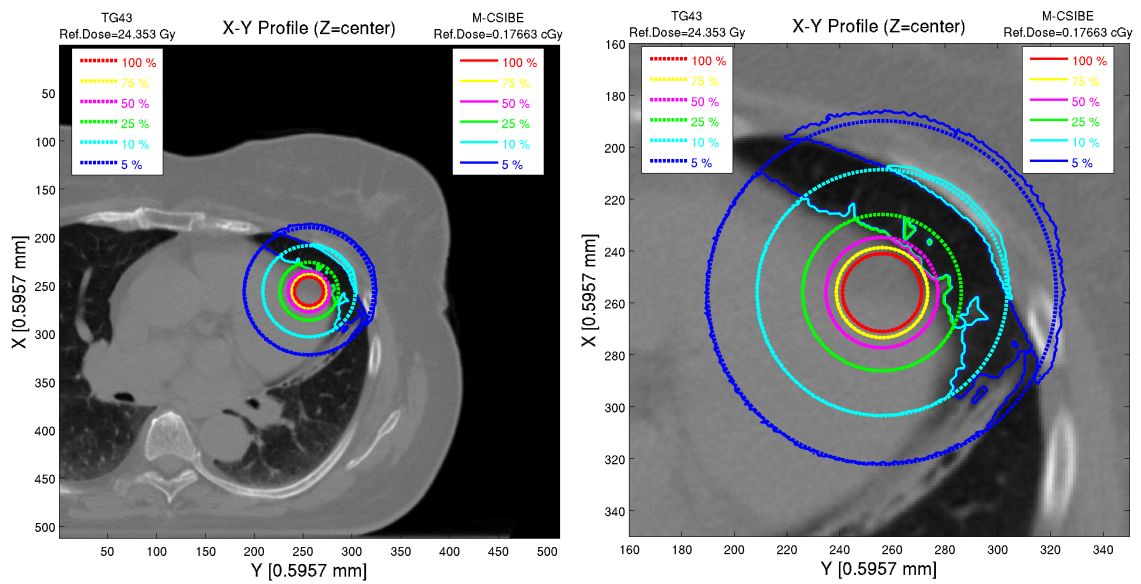
Az 5.1. ábrán egy emlőről készült CT-képsorozat egyik tagja és annak szegmentált alakja látható. Demonstrációs jelleggel egy kiterjedt $1 \times 1 \times 6$ voxeles irídium sugárforrást helyeztem az 5.2. ábrán látható – brachyterápiás szempontból irreleváns – helyre. A két képen a 10^9 foton szimulációjával kapott – és a TG-43 formalizmusnak megfelelő – a dózistér izodózis görbével ellátott metszetei láthatóak

a CT-képen megjelenítve. A modellezett 3.1. ábrán látható Nucletron cég által gyártott ^{192}Ir mHDR-v2 forrás hivatalos dózistere a TG-43 alapú Oncentra-Brachy tervező programból származott. A cél – a program demonstrációján túl – a szöveti inhomogenitásból származó eltérések kimutatása volt.

Az eredményekből jól látható, hogy a levegő figyelembevételével a 10%-os és 5%-os izodózis görbék a forrástól távolabb húzódnak, mint a homogén vízfantomot feltételező TG-43-as formalizmus dózisterénél.



5.1. ábra. CT-képszelet szegmentálása. Baloldalon egy CT-képszelet látható a hozzá tartozó Hounsfield érték skálával, jobboldalon pedig a szegmentált kép, melyen fekete szín jelöli a levegőt, kék a vizet és fehér a csontot.



5.2. ábra. Kiterjedt sugárforrással végzett összehasonlítás CT-kép alapján meghatározott anyageloszlás mellett, ^{192}Ir sugárforrással. A dózis referenciapont a forrástól sugárirányban 1 cm-es távolságban volt mindkét dózistér esetén.

Összefoglalás és kitekintés

A diplomamunkám keretén belül:

- Véglegesen átalakítottam a PANNI névre hallgató PET szimulációs kódot, mely immáron brachyterápiás tervezésre alkalmas, és az M-CSIBE nevet viseli.
- Sikeresen implementáltam a sugárléptetést, mint új szabad úthossz sorsoló algoritmust, mely kis energiájú forrás esetén 16-szorosára, nagy energiájúnál pedig 6,5-szeresére növelte a kód hatékonyságát a korábban használt Woodcock módszerhez képest.
- Egy eddig még sehol nem látott módon alakítottam át a Woodcock módszert, mely így a vizsgált elrendezésben nagy energiás forrásnál 46-szor hatékonyabbnak bizonyult a sugárléptetésnél.
- Megvalósítottam a pályahossz-követő algoritmust mindhárom szabad úthossz sorsoló eljáráshoz, mellyel brachyterápiás szempontból fontos esetekben sikerült akár kevesebb, mint hatodrészesére csökkenteni a szórást, és több mint tízszeresére növelni a hatékonyságot.
- Átültettem a Siccki szóráscsökkentő eljárást a program egy előrehaladottabb verziójába, majd különböző esetekben teszteltem, és bizonyos releváns esetekben mérhető hatékonyságjavulást tapasztaltam.
- Egy realiztikus forrásmodellt hoztam létre, melyet sikeresen ültettem be a kód minden jelenlegi verziójába.
- Megteremtettem a CT-képek beolvasásának, és így a valósághű anyageloszlások mellett végzett szimulációknak a lehetőségét.

Az új szabad úthossz sorsoló eljárások egyértelműen nagy sikert arattak, hiszen eredményesen növelték a program hatékonyságát kis és nagy energiájú források esetén is. A negatív súlyos Woodcock módszerben egyértelműen nagy lehetőség rejlik, ha sikerül a szórás ingadozások kiküszöbölésével robosztusabbá tenni. A q paraméter helyfüggővé tételével megnyílhat a lehetőség tetszőleges térrészek, vagy anyagok felülmintavételezésére, mellyel nagymértékben csökkenhet az elegendően kis szórású eredmények eléréséhez szükséges szimulációk időtartama.

A pályahossz-becselő eljárással végzett elemzés legfontosabb tapasztalata, hogy rendkívül jó eredményeket produkál kis energiás fotonok esetén, nagy energiákon viszont nem érvényesül szóráscsökkentő hatása, és egyenesen rontja a hatékonyságot.

A Siccki módszer ugyan nem váltotta be a hozzáfűzött nagy reményeket a hatékonyság javulásával kapcsolatban – bár nagy energiás forrás mintegy 20%-kal növelte azt –, viszont a szórást eredményesen csökkentette, így mindenképp érdemes lesz továbbfejleszteni és optimalizálni a későbbi kódverziókban.

A továbbiakban mindenképp szükség lesz az új forrásmodell validálására valamilyen általánosan elterjedt Monte Carlo kóddal (MCNP, Geant4) szemben és új források modellezésére. Emellett meg kell oldani ezek térbeli elforgatását, hogy tetszőleges helyre és irányban lehessen elhelyezni őket. Továbbá a Siccki módszer legjobb kihasználása érdekében meg kell határozni az optimális p értéket minden minden forrásra.

A kód jelenlegi verzióját is nagymértékben fel lehetne gyorsítani a GPU optimális kihasználásával. Ebben segít a program profilozása, melyet az NVIDIA Visual Profiler nevű programjával végzünk. Ennek eddigi legfontosabb eredménye az, hogy az M-CSIBE kód nem használja ki az úgynevezett globális memóriába írásánál és olvasásánál rendelkezésre álló sáv szélességet. Ennek a memóriának az elérése egy nagyon időigényes művelet, melyet a GPU gyártók úgy igyekeznek felgyorsítani, hogy egy memóriaműveletnél nem csak a megadott memóriacímen lévő adat kerül beolvasásra, hanem a szomszédos címek is. Ez azt eredményezi, hogy ha a párhuzamosan futó szálak szomszédos memóriacímekről kívánnak beolvasni, vagy oda próbálnak tárolni adatokat, akkor az egy memóriaműveletnek megfelelő idő alatt lezajlik. Ennek kihasználáshoz a memóriaátvitelhez rendelkezésre álló adatsáv szélességet minél jobban ki kell használni. Az M-CSIBE jelenleg ennek csupán 23%-át használja ki átlagosan a globális memóriából való olvasásakor, és még ennél is kevesebb, mindössze 17%-át az oda történő íráskor. Ez azt jelenti, hogy elméletileg négyszeres teljesítményjavulást lehetne elérni a GPU ezen tulajdonságának kihasználásával.

Egy szintén a memóriakezeléshez kapcsolódó fejlesztési ötlet az, hogy a forrás közelében lévő voxelekbe eltárolandó adatokat a globális memóriánál nagyságrendileg rövidebb elérési idejű, úgynevezett shared memóriában gyűjtse a program, majd a futás végén az összegeket írja át a globális memóriába.

Az összes futtatást GeForce GTX 690-es GPU-n végeztem, mely a világ legjobb grafikus kártyái közé tartozik, ám ma már könnyen elérhetőek ennél fejlettebb eszközök is (pl. GeForce GTX Titant), melyekkel további fejlesztői munka nélkül is jelentősen csökkennének a futási idők. Ez is azt mutatja, hogy mekkora lehetőség rejlik a rohamosan fejlődő grafikus kártyákban, és a dedikáltan erre írt programokban.

Köszönetnyilvánítás

Ezúton szeretnék köszönetet mondani témavezetőmnek, dr. Major Tibornak, és tan-széki konzulensemnek, dr. Légrády Dávidnak, akik minden elérhető segítséget meg-adtak a dolgozat elkészítéséhez. Köszönettel tartozom még Papp Ildikónak, aki az MCNP-s futtatásokat végezte nekem, és akihez bármikor fordulhattam segítségért; Herein Andrásnak, aki a jó tanácsok mellett a kiterjedt források hivatalos adatai-val és dózistereivel segítette munkámat, valamint a PANNI kód egyik készítőjének, Tolnai Gábornak, aki hasznos információkkal látott el annak működéséről, és az AWING szerver gondozásával biztosította a megbízható technikai hátteret.

Ezenfelül mindenképp szeretném megköszönni a Budapesti Műszaki Egyetemen dol-gozó minden oktatómnak, aki valamilyen szinten elősegítette szakmai fejlődésemet, és ezzel közvetve hozzájárult ennek a diplomamunkának az elkészítéséhez.

Irodalomjegyzék

- [1] M.J. Rivard, J.L Venselaar, L. Beaulieu, „The evolution of brachytherapy treatment planning”, *Med. Phys.*, 36:2136–53, 2009.
- [2] M.J. Rivard, B.M. Coursey, L.A. DeWerd, W.F. Hanson, M.S. Huq, G.S. Ibbott, M.G. Mitch, R. Nath, and J.F. Williamson, „Update of AAPM Task Group No. 43 Report: A revised AAPM protocol for brachytherapy dose calculations”, *Med. Phys.* 31, 633–674, 2004.
- [3] P. Papagiannis, E Pantelis, P. Karaiskos, „Current state of the art brachytherapy treatment planning dosimetry algorithms”, *Br. J. Radiol.*, 87(1041):20140163, 2014.
- [4] J.D. Owens, D. Luebke, N. Govindaraju, M. Harris, J. Krüger, A.E. Lefohn, T. Purcell, „A Survey of General-Purpose Computation on Graphics Hardware”, *Computer Graphics Forum*, 26(1):80–113, 2007.
- [5] *Cuda C Programming Guide*, PG-02829-001_v7.5, NVIDIA, Santa Clara, California, 2015.
- [6] Klausz Milán, „Brachyterápiás célú GPU alapú Monte Carlo szoftver programozása”, BSc. szakdolgozat, NTT, BME, Budapest, 2014.
- [7] D. Légrády, Á. Cserkaszky, A. Wirth, B. Domonkos, „PET Image Reconstruction With On-The-Fly Monte Carlo Using GPU”, *International Conference on the Physics of Reactors 2010*, Pittsburgh, Pennsylvania, USA, 2010, pp. 1–10.
- [8] Klausz Milán, „Brachyterápiás célú GPU alapú Monte Carlo szoftver programozása”, TDK dolgozat, NTT, BME, Budapest, 2014.
- [9] Klausz Milán, „GPU alapú brachyterápiás Monte Carlo szoftver továbbfejlesztése”, TDK dolgozat, NTT, BME, Budapest, 2015.
- [10] Berger, M.J., Hubbell, J.H., Seltzer, S.M., Chang, J., Coursey, J.S., Sukumar, R., Zucker, D.S., and Olsen, K. (2010), XCOM: Photon Cross Section Database

- (version 1.5). Available: <http://physics.nist.gov/xcom>. National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD.
- [11] L. Koblinger, I. Lux, *Monte Carlo Particle Transport Methods: Neutron and Photon Calculations*, CRC Press, Boston, 1991.
 - [12] MATLAB and Statistics Toolbox Release 2012b, The MathWorks, Inc., Natick, Massachusetts, United States.
 - [13] P.W. Glynn, W. Whitt, „The asymptotic efficiency of simulation estimators”, *Operations Research*, 40, 505, 1992.
 - [14] J. Seco, F. Verhaegen, *Monte Carlo Techniques in Radiation Therapy*, CRC Press, Boca Raton, 2013.
 - [15] P. van Mieghem, *Performance Analysis of Complex Networks and Systems*, Cambridge University Press, Cambridge, 2014.
 - [16] D. Legrady, B. Molnar, M. Klausz, T. Major, „Woodcock tracking with arbitrary sampling cross section using negative weights”, beküldve az *Annals of Nuclear Energy* c. folyóiratnak, 2016
 - [17] Marsiczki Roland, „Monte Carlo módszerfejlesztés brachyterápiás szimulátorhoz”, BSc. szakdolgozat, NTT, BME, Budapest, 2015.
 - [18] J.F. Williamson, „Monte Carlo evaluation of kerma at a point for photon transport problems”, *Med. Phys.*, 14:567–576, 1987.
 - [19] J. Perez-Calatayud, F. Ballester, R.K. Das, L.A. DeWerd, G.S. Iddott, A.S. Meigooni, Z. Ouhib, M.J. Rivard, R.S. Sloboda, J.F. Williamson, „Dose calculation for photon-emitting brachytherapy sources with average energy higher than 50 keV: report of the AAPM and ESTRO”, *Med. Phys.*, 39(5):2904–29, 2012.
 - [20] http://skuld.bmsc.washington.edu/scatter/AS_periodic.html, 2015. október 24., 0:45
 - [21] P. Karaiskos, P. Papagiannis, L. Sakelliou, G. Anagnostopoulos, D. Baltas, „Monte Carlo dosimetry of the selectSeed ^{125}I interstitial brachytherapy seed”, *Med. Phys.*, 28(8):1753-60, 2001.
 - [22] W.D. Bidgood Jr., S.C. Horii, F.W. Prior, D.E. Van Syckle, „Understanding and using DICOM, the data interchange standard for biomedical imaging”, *J. Am. Med. Inform. Assoc.*, 4(3):199-212, 1997.

- [23] R.J. McConn Jr., C.J. Gesh, R.T. Pagh, R.A. Rucker, R.G. Williams III: *Compendium of Material Composition Data for Radiation Transport Modeling, Revision 1*, Pacific Northwest National Laboratory report PNNL-15870 Rev. 1, 2011.
- [24] <http://physics.nist.gov/cgi-bin/Star/compos.pl?refer=ap&matno=119>,
letöltés ideje: 2014. október 25., 16:37