A magerők Yukawa-elmélete

Magfizika előadás

Dr. Kis Dániel Péter
Egyetemi docens
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Nukleáris Technikai Intézet (BME NTI)

A magerők kérdése

- **Nincs egységes magelmélet**

- Az atommagok specifikus leírására **MAGMODELLEKET** alkalmaznak

- A magmodellek: **nukleon-nukleon** kh. helyett **átlagtér-közelítés** (héjmodell) és/vagy **kollektív maganyag közelítés** (cseppmodell, héj+csepp modell)

- Sok tapasztalt tulajdonság (bizonyos magok esetében) a közelítésekkel nem magyarázható

- Szükséges a nukleon-nukleon kölcsönhatás jellemzése, azaz a magerők leírása

Az állatorvosi ló: a deuteron

- Deuteron: p+n kötött rendszer ($_1H_1$)
- Előny: csak a magerők vannak jelen
- A mérhető tulajdonságai a magerőről adnak közvetlen információt

Csak alapállapotban létezik (E=2,22 MeV) → Köv.: **rövid hatótávolságú erő**

A teljes impulzusmomentum: Magspin: j = 1; a paritás +

$$\mathbf{I} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$$

Deuteron pályamomentum kvantumszám: l(l+1)

Deuteron spin: $\mathbf{S} = \mathbf{S}_p + \mathbf{S}_n$ → s = 0; s = 1

Lehetséges konfigurációk:

$|l-s| \leq j \leq l+s$

1. s = 0 → l = 1
2. s = 1 → l = 0
3. → l = 1
4. → l = 2

Melyik konfiguráció valósul meg?

+1 paritású állapotok

Az állatorvosi ló: a deuteron

Mágneses dipólmomentum → különböző l és s kvantumszámokra eltérő érték

A deuteron mágneses dipólmomentuma: $\mu_{d,m} = 0{,}857411 \pm 0{,}000019$

Lehetséges konfigurációk:

$|l-s| \leq j \leq l+s$

1. $s = 0 \rightarrow l = 1$
2. $s = 1 \rightarrow l = 0$
3. $\rightarrow l = 1$
4. $\rightarrow l = 2$

$\mu_{10,sz} = 0{,}87960 \pm 0{,}0001 > \mu_{d,m}$

MEGOLDÁS: alapállapot nem tiszta s-állapot

$\Psi_d = \alpha\Psi_{10} + \beta\Psi_{12}$ ahol $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$

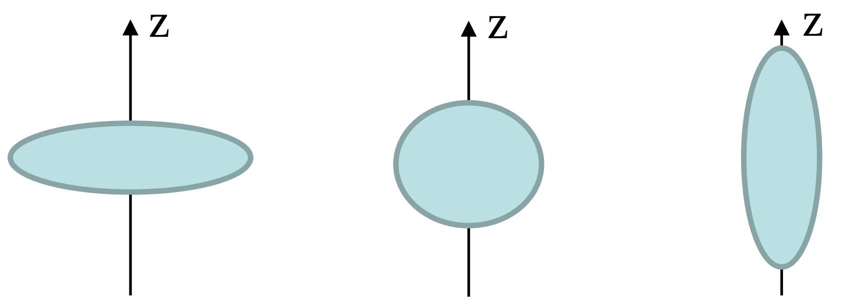
Következmény: pályamomentum nem jó kvantumszám

a magerőtér NEM centrális erőtér

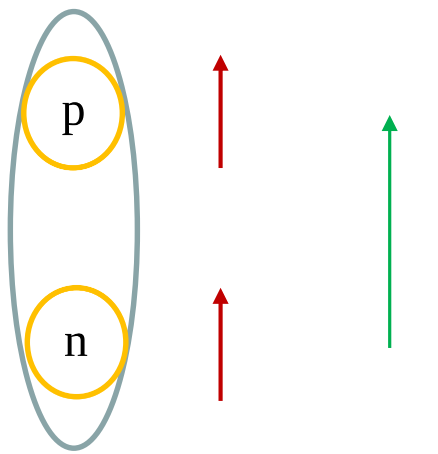
Az állatorvosi ló: a deuteron

Elektromos kvadrupólmomentum: $Q_d = 2{,}738 \pm 0{,}014$ mb > 0

Az elektromos kvadrupólmomentum az atommag alakjáról ad információt!



$Q < 0$ $Q = 0$ $Q > 0$

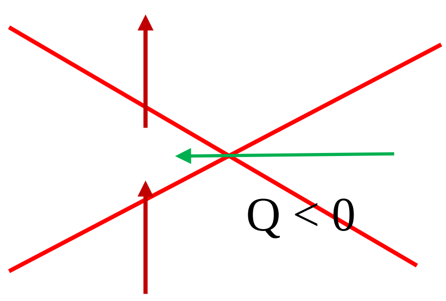


deuteron

spin vetület

relatív helyvektor

Következmény: **spinfüggő tenzorerő**



Plusz: szóráskísérletek eredménye: **töltésfüggetlenség, kicserélő jelleg**

Yukawa - elmélet (1935)

Mi a nukleon-nukleon kölcsönhatás potenciálfüggvénye?

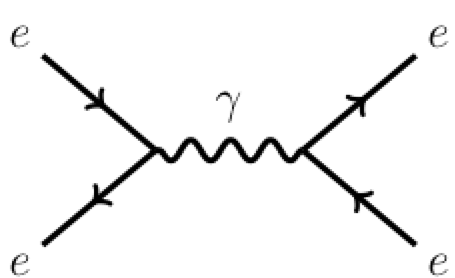
ÖTLET: analógia a már kidolgozott QED-del

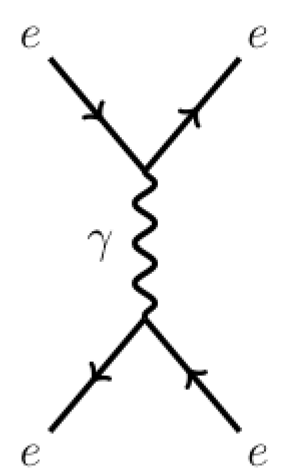
Elektrodinamika (térelmélet):
- Klasszikus elmélet – Maxwell-egyenletek
- Vektormező
- Végtelen hatótávolság
- Nincs töltéscsere
- Centrális és nem centrális

Kvantumelektrodinamika:
- Kölcsönhatás = részecske csere

- $s = 1$ (bozon)
- $m = 0$
- $q = 0$

FOTON





Yukawa - elmélet (1935)

Magerők elmélete:
- Nincs klasszikus elmélet
- Rövid hatótávolságú
- Töltéscsere
- Nem centrális
- Skalármező

Térelmélet – kölcsönható részecske tulajdonságai

Tömeges részecske: **m > 0**
Virtuális részecske nem lehet tömeghéjon!
Honnan származik a tömeg?
$\Delta E \Delta t \geq h \;\rightarrow\; m \geq h/(dc)$ ahol $d \sim 2$ fm

m ≥ 200-300 MeV (mezon)

s = 0 bozon

(p,n) ↔ (n,p): +e vagy –e töltés csere
(n,n) ↔ (n,n): 0 részecske csere

q = ±e, 0

Yukawa - elmélet (1935)

Szabad foton

Mozgásegyenlet:

$\Box A_\mu(\mathbf{r},t)=0$

Szabad mezon

Mozgásegyenlet:

(Klein-Gordon)

$(\Box+m^2)\psi(\mathbf{r},t)=0$

$m \rightarrow mc/h$

Hogyan lesz ebből potenciál?

Stacioner, forrásos megoldás:
(Piosson-egyenlet)
$\Delta\varphi(\mathbf{r})=S(\mathbf{r})$

Stacioner, forrásos megoldás:

$(\Delta-m^2)\psi(\mathbf{r})=S_{mezon}(\mathbf{r})$

Yukawa - elmélet (1935)

→ Mezonikus pontforrás: $S_{mezon}(\mathbf{r}) = 4\pi g\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_1)$

Rövid hatótáv
vonzó
centrális

Potenciál (Green-függvény, Yukawa-potenciál): $\psi(r) = -g\,\dfrac{e^{-m|r-r_1|}}{|r-r_1|}$

⇩

Probléma!

→ Mezonikus dipólforrás: $S_{mezon}(\mathbf{r}) = -4\pi\mathbf{m}_1 \,\mathrm{grad}\, \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_1)$

mezonikus dipólus: $\mathbf{m}_1 = f\boldsymbol{\sigma}_1$

⇦ A spin „becsempészése" a modellbe!
$\mathbf{S}=1/2\boldsymbol{\sigma}$

Potenciális energia op.: $V(r) = f^2\left[\underbrace{\frac{1}{3}\boldsymbol{\sigma}_1\boldsymbol{\sigma}_2\left(m^2\frac{e^{-mr}}{r} - 4\pi\delta(r)\right)}_{\text{centrális}} + S_{12}\underbrace{\left(\frac{1}{r^2}+\frac{m}{r}+\frac{m^2}{3}\right)\frac{e^{-mr}}{r}}_{\text{centrális}}\right]$

$$S_{12} = \frac{3(\boldsymbol{\sigma}_1\boldsymbol{r})(\boldsymbol{\sigma}_2\boldsymbol{r})}{r^2} - \boldsymbol{\sigma}_1\boldsymbol{\sigma}_2$$

Spinfüggő tenzor

centrális

Alkalmazás a deuteronra

Deuteronra vonatkozó potenciális energia: $E_p \approx \langle d|V(r)|d\rangle$; $|d\rangle = |\varphi(r)\rangle|S_d\rangle$

A radiális rész pozitív definit

Spinfüggő rész: $S_{12}=2\boldsymbol{\sigma}_1\boldsymbol{\sigma}_2$ $(\boldsymbol{\sigma}||\mathbf{r})$

$$\langle S_d|\, \boldsymbol{\sigma}_1\boldsymbol{\sigma}_2\, |S_d\rangle = \begin{cases} >0 \text{ triplett } (S_d=1) \\ <0 \text{ szinglett } (S_d=0) \end{cases}$$

Következmény: a deuteron nem kötött állapot ($E_p>0$)!!!

Megoldás: a kicserélő jelleget még nem használtuk fel!

Az izospin

W. Heisenberg ötlete: a magerő nem tesz különbséget a neutron és proton között
→ **azonos részecskék** (a nukleon két állapota)

neutron = |n>
proton = |p>

Új operátorok: τ_+ τ_- τ_3

$\tau_+|n\rangle = |p\rangle$
$\tau_+|p\rangle = 0$

$\tau_-|n\rangle = 0$
$\tau_-|p\rangle = |n\rangle$

$\tau_3|n\rangle = -|n\rangle$
$\tau_3|p\rangle = |p\rangle$

Kicserélő jelleg: $[\tau_{(1)+}\tau_{(2)-} + \tau_{(1)-}\tau_{(2)+}]|n\rangle_{(1)}|p\rangle_{(2)} = |p\rangle_{(1)}|n\rangle_{(2)}$

$[\tau_{(1)3}\tau_{(2)3}]|n\rangle_{(1)}|n\rangle_{(2)} = |n\rangle_{(1)}|n\rangle_{(2)}$

Praktikus új operátorok: τ_+ és τ_- → $\tau_\pm = \tau_1 \pm i\tau_2$

$\boldsymbol{\tau} = (\tau_1, \tau_2, \tau_3)$

Tetszőleges nukleonpárra a kicserélődést generálja: $\boldsymbol{\tau}_{(1)}\boldsymbol{\tau}_{(2)}$

Az izospin

Egy nukleon állapottere: |nukleon> = $|\varphi(\mathbf{r})\rangle \begin{Bmatrix} |\uparrow\rangle \\ |\downarrow\rangle \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} |n\rangle \\ |p\rangle \end{Bmatrix}$ ⇒ $|d\rangle = |\varphi(r)\rangle|S_d\rangle|\tau_d\rangle$

A kicserélődést leíró potenciál: $W(r) = \boldsymbol{\tau}_{(1)}\boldsymbol{\tau}_{(2)}V(r)$

IZOSPIN

$$V(r) = f^2\left[\frac{1}{3}\boldsymbol{\sigma}_1\boldsymbol{\sigma}_2\left(m^2\frac{e^{-mr}}{r} - 4\pi\delta(r)\right) + S_{12}\left(\frac{1}{r^2} + \frac{m}{r} + \frac{m^2}{3}\right)\frac{e^{-mr}}{r}\right]$$

Milyen a deuteron izospin állapota?

↓

Két nukleon rendszer → azonos fermionok → Pauli elv: antiszimmetrikus hullámfüggvény

A deuteron szimmetrikus triplett állapot (S=1) ⇒ A deuteron antiszimmetrikus izoszinglett állapot!!!

$$|\tau_d\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|n\rangle_1|p\rangle_2 - |p\rangle_1|n\rangle_2\}$$

Az izospin

A potenciális energia izospin része:

$$\langle \tau_d | \boldsymbol{\tau}_{(1)} \boldsymbol{\tau}_{(2)} | \tau_d \rangle = \begin{cases} >0 \text{ izotriplett} \\ <0 \text{ izoszinglett} \end{cases}$$

Összességében vonzó potenciál → kötött deuteron!!!

Miért izospin az elnevezés?

Speciális bázis:

$$|p\rangle = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \qquad |n\rangle = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow$$

$$\tau_1 = \sigma_1$$
$$\tau_2 = \sigma_2$$
$$\tau_3 = \sigma_3$$

$$[\tau_i, \tau_j] = 2i\epsilon_{ijk}\tau_k \qquad T_i = \frac{1}{2}\tau_i$$

$$[T_i, T_j] = i\epsilon_{ijk}T_k$$

T operátor analóg az **S** spin operátorral