Példatár

Válogatás az elmúlt évek zárthelyi feladataiból

v1.06

Készítette: Reiss Tibor
2012. január 4.

Ha bármilyen elírást, elszámolást, stb. találtok a feladatokban, írjatok egy e-mailt a reiss(kukac)reak(pont)bme(pont)hu címre. Köszönöm.

A példatár tökéletesítésében segítettek (ABC sorrendben):
Angyal Szabolcs
Boros Gerzson Dávid
Csibi Gábor Dániel
Jenei Dávid
Kis Dániel Péter
Lilienberg László
Rauscher Máté Tamás

Segítségüket ezúton is köszönöm.

1. feladat - 2007/1.zh/16.

Olyan, henger alakú reaktort akarunk építeni, aminek magassága a sugár 2,5-szerese. A reaktort homogénnek tekinthető dúsított (fém) urán és könnyűvíz keveréke alkotja, a keverékben az üzemanyag/moderátor térfogatarány 2,5 ($V_{üa}/V_m$ = 2,5). Mekkora lesz a zóna kritikus térfogata és tömege? Adatok: könnyűvíz esetén L^2 = 7,4 cm^2, τ = 31 cm^2; az urán sűrűsége $\rho_u = 19,1$ g/cm^3, moláris tömege M_u = 238,08 g/mol, dúsítása: 3 atom% 235-ös és 97 atom% 238-as urán izotóp; a víz moláris tömege M_v = 18 g/mol; abszorpciós hatáskeresztmetszetek: $\sigma_{a,25}$ = 678 barn, $\sigma_{a,28}$ = 2,78 barn, $\sigma_{a,H}$ = 330 mbarn, $\sigma_{a,O}$ = 0,18 mbarn, hasadási hatáskeresztmetszet: $\sigma_{f,25}$ = 577 barn; hasadásonként átlagosan 2,46 neutron keletkezik; az elsőfajú Bessel-fv. első zérushelye α_1 = 2,405; $\epsilon \cdot p = 0,5669$.
Megoldás:
A magasság (H) a sugár (R) 2,5-szerese, tehát:

$$H = 2,5R \tag{1.1}$$

Henger alakú reaktorról van szó, tehát a görbületi paraméter:

$$B_{l,n}^2 = \left(\frac{l\pi}{H}\right)^2 + \left(\frac{\alpha_n}{R}\right)^2 \tag{1.2}$$

Stacioner állapotban csak az alapmódus nem tűnik el, tehát a fenti (1.2) l=n=1-et kell helyettesíteni. R-t (1.1)-ből kifejezve és visszahelyettesítve (1.2)-be, és ebből H-t kifejezve kapjuk:

$$H = \sqrt{\frac{\pi^2 + (2,5\alpha_1)^2}{B_{1,1}^2}} \tag{1.3}$$

Tudjuk, hogy:

$$k_{eff} = \frac{k_\infty e^{-B^2\tau}}{1 + L^2B^2} \tag{1.4}$$

Használjuk a könnyűvizes közelítést ($B^2\tau > B^2L^2$, azaz $1 + L^2B^2 \approx e^{L^2B^2}$), ezzel:

$$k_{eff} = k_\infty e^{-B^2(\tau+L^2)} \tag{1.5}$$

Ebből B^2-et kifejezve kapjuk (a rendszer kritikus, tehát k_{eff}=1,0):

$$B^2 = \frac{ln\, k_\infty}{\tau + L^2} \tag{1.6}$$

Használjuk fel a négyfaktor-formulát:

$$k_\infty = \epsilon p \eta f \tag{1.7}$$

A termikus neutronhozam:

$$\eta = \frac{\nu \Sigma_{\text{üa,f}}}{\Sigma_{\text{üa,a}}} = \frac{\nu N_{25}\sigma_{25,f}}{N_{25}\sigma_{25,a} + N_{28}\sigma_{28,a}} = \frac{\nu \sigma_{25,f}}{\sigma_{25,a} + \frac{N_{28}}{N_{25}}\sigma_{28,a}} \tag{1.8}$$

A dúsítást atomszázalékban adtuk meg, tehát:

$$d = \frac{N_{25}}{N_{25} + N_{28}} \tag{1.9}$$

Ebből kifejezhető a 238-as és 235-ös izotópok aránya:

$$\frac{N_{28}}{N_{25}} = \frac{1-d}{d} \tag{1.10}$$

Tehát a termikus neutronhozam:

$$\eta = \frac{\nu \sigma_{25,f}}{\sigma_{25,a} + \frac{1-d}{d}\sigma_{28,a}} = 1,848 \tag{1.11}$$

A termikus hasznosítási tényező:

$$\begin{aligned} f = \frac{\Sigma_{\text{üa,a}}}{\Sigma_{\text{üa,a}} + \Sigma_{\text{m,a}}} &= \frac{N_{25}\sigma_{25,a} + N_{28}\sigma_{28,a}}{N_{25}\sigma_{25,a} + N_{28}\sigma_{28,a} + N_m(2\sigma_{H,a} + \sigma_{O,a})} = \\ &= \frac{\sigma_{25,a} + \frac{N_{28}}{N_{25}}\sigma_{28,a}}{\sigma_{25,a} + \frac{N_{28}}{N_{25}\sigma_{28,a}} + \frac{N_m}{N_{25}}(2\sigma_{H,a} + \sigma_{O,a})} = \\ &= \frac{\sigma_{25,a} + \frac{1-d}{d}\sigma_{28,a}}{\sigma_{25,a} + \frac{1-d}{d}\sigma_{28,a} + \frac{N_m}{d \cdot N_{\text{üa}}}(2\sigma_{H,a} + \sigma_{O,a})} \end{aligned} \tag{1.12}$$

A moderátor-üzemanyag magarányt a térfogatarányból és a tiszta anyagok sűrűségéből tudjuk meghatározni:

$$\frac{N_m}{N_{\text{üa}}} = \frac{\frac{m_m}{M_m} N_A \frac{1}{V}}{\frac{m_{\text{üa}}}{M_{\text{üa}}} N_A \frac{1}{V}} = \frac{M_{\text{üa}}}{M_m}\frac{V_m \rho_m}{V_{\text{üa}}\rho_{\text{üa}}} = \frac{M_{\text{üa}}}{M_m}\frac{\rho_m}{\rho_{\text{üa}}}\frac{1}{2,5} = 0,277 \tag{1.13}$$

Ezzel a termikus hasznosítási tényező:

$$f = 0,992 \tag{1.14}$$

A végtelen sokszorozási tényező:

$$k_\infty = 1,03925 \tag{1.15}$$

(1.3) és (1.2) alapján:

$$H = \sqrt{\frac{\pi^2 + (2,5\alpha_1)^2}{\frac{ln\, k_\infty}{\tau + L^2}}} = 214,25\,\mathrm{cm} \tag{1.16}$$

A kritikus térfogat és tömeg:

$$V_{krit} = R^2\pi H = \frac{1}{2,5^2} H^3 \pi = 4,943\, m^3 \tag{1.17}$$

$$m_{krit} = V_{\text{üa}}\rho_{\text{üa}} + V_m\rho_m = V\left(\frac{2,5\rho_{\text{üa}}}{3,5} + \frac{\rho_m}{3,5}\right) = 68,85\,\mathrm{tonna} \tag{1.18}$$

2. feladat - 2010/2.zh/1., 2011/2.zh/1., 2009/2.zh/1., 2011/2.zh/1.

Egy terápiás „kobaltágyú" tervezésénél figyelembe kell venni, hogy a forrás tervezett helyétől 12 m távolságra játszótér van. A ^{60}Co sugárforrás névleges aktivitása 500 TBq, a testszövetre vonatkozó dózisállandó 280 (μSv/h)/(GBq/m^2). Az épület jelenlegi oldalfala a kialakuló dózisteljesítményt a felére képes csak csökkenteni, ezért további beton védőfal építését határozzák el. A beton sűrűsége 2700 kg/m^3, tömegabszorpciós együtthatója a ^{60}Co átlagos energiájára 4×10^{-3} m^2/kg. Tapasztalat szerint a build-up tényező az ilyen létesítményeknél alkalmazott vastagságú védőbetonra legfeljebb 1.5 lesz. Milyen vastag védőfalat kell építeni, ha az állomásra a hatóság 30 μSv éves dózismegszorítást állapított meg? A forgatókönyvben azt tételezték fel, hogy a játszóteret egy gyerek egész éven át napi 6 órában használja, de a kezelő állomás hetente csak 6 munkanapon működik.
Megoldás:
A lineáris abszorpciós tényező:

$$\mu = \frac{\mu}{\rho} \cdot \rho = 4 \cdot 10^{-3} \frac{m^2}{kg} \cdot 2700 \frac{kg}{m^3} = 10,8\, \frac{1}{m} \tag{2.1}$$

A gyerekekre vonatkozó dózismegszorítás óránként (figyelembe véve, hogy napi 6 óra, 1 héten 6 nap; 1 év = 52 hét):

$$DC = \frac{30\, \frac{\mu Sv}{év}}{6 \cdot 6 \cdot 52\, \frac{év}{óra}} = 0,016\, \frac{\mu Sv}{h} \tag{2.2}$$

A forrástól 12 méterre a dózisteljesítmény:

$$\dot{D}_{12} = k_\gamma \cdot \frac{A}{r^2} = 280 \cdot \frac{500 \cdot 10^{-3}}{12^2} = 9,722 \cdot 10^5 \, \frac{\mu Sv}{h} \tag{2.3}$$

Ennek fele "megy át" az épület falán. Tehát ezt még le kell csökkenteni legalább DC-re (a build-up-ot is figyelembe kell venni konzervatívan):

$$DC = B \cdot \frac{\dot{D}_{12}}{2} \cdot e^{-\mu x} \tag{2.4}$$

ehol x a betonfal vastagsága. Ezt kell kifejezni:

$$x = -\frac{1}{\mu} \cdot ln \frac{2 \cdot DC}{B \cdot \dot{D}_{12}} = 1,633 \, m \tag{2.5}$$

Megjegyzés: ha a feladatban az szerepel, hogy a védőfalat x-szeres biztonsággal kell megépíteni, akkor ez azt jelenti, hogy úgy kell számolni, mintha a forrás aktivitása a nominális érték x-szerese lenne.

3. feladat - 2010/2.zh/2.

Mekkora legyen annak a henger alakú reaktornak az R sugara (H = 4R), melynek az effektív sokszorozási tényezője pontosan k_{eff} = 1,08? A reaktor 3 tömeg% dúsítású ^{235}U-öt tartalmazó urán és könnyűvíz homogén keverékéből áll, melyben az urán 25 V/V%-ban van jelen. Adatok: diffúziós állandó D=0,142 cm; vízre vonatkozó Fermi-kor: τ =33 cm^2; hatáskeresztmetszetek: $\sigma_{a,H}$ = 330 mbarn, $\sigma_{a,O}$ = 0,18 mbarn, $\sigma_{f,25}$ 577 barn, $\sigma_{c,25}$ = 101 barn, $\sigma_{a,28}$ = 2,78 barn. Az urán sűrűsége 19,1 g/cm^3. ϵp = 0,6549, ν = 2,46, α_1 = 2,405.
Megoldás:
Ebben a feladatban a dúsítást tömeg%-ban adtuk meg. Számoljuk ki, hogy ez mennyi atom%-ban (jelölés: t - tömegszázalék, a - atomszázalék):

$$d_t = \frac{m_{25}}{m_{25} + m_{28}} \tag{3.1}$$

Ebből a tömegarány:

$$\frac{m_{28}}{m_{25}} = \frac{1 - d_t}{d_t} \tag{3.2}$$

$$d_a = \frac{N_{25}}{N_{25}+N_{28}} = \frac{\frac{m_{25}N_A}{M_{25}}}{\frac{m_{25}N_A}{M_{25}}+\frac{m_{28}N_A}{M_{28}}} = \frac{m_{25}}{m_{25}+m_{28}\frac{M_{25}}{M_{28}}} \tag{3.3}$$
$$= \frac{1}{1+\frac{m_{28}}{m_{25}}\frac{M_{25}}{M_{28}}} = \frac{1}{1+\frac{1-d_t}{d_t}\frac{M_{25}}{M_{28}}} = 0,0304$$

A termikus neutronhozam (1.11) alapján (kihasználva, hogy az abszorpciós hatáskeresztmetszet a befogási és a hasadási hkm összege):

$$\eta = \frac{\nu\sigma_{25,f}}{(\sigma_{25,f}+\sigma_{25,c})+\frac{1-d_a}{d_a}\sigma_{28,a}} = 1,851 \tag{3.4}$$

A termikus hasznosítási tényező (1.12) alapján:

$$f = \frac{(\sigma_{25,f}+\sigma_{25,c})+\frac{1-d_a}{d_a}\sigma_{28,a}}{(\sigma_{25,f}+\sigma_{25,c})+\frac{1-d_a}{d_a}\sigma_{28,a}+\frac{1}{d_a}(2\sigma_{H,a}+\sigma_{O,a})\frac{M_{\text{üa}}}{M_m}\frac{\rho_m}{\rho_{\text{üa}}}\frac{V_m}{V_{\text{üa}}}} = 0,944 \tag{3.5}$$

A diffúziós hosszt a diffúziós állandóból kell meghatározni:

$$L^2 = \frac{D}{\Sigma_a} = \frac{D}{\Sigma_m+\Sigma_{\text{üa}}} \tag{3.6}$$

Az atommagkoncentrációkat a térfogatarányból és a tiszta anyagok sűrűségéből és atomtömegéből lehet meghatározni (V a homogén keverék térfogata; N_A az Avogadro-szám, $6{\cdot}10^{23}$):

$$N_m = \frac{m_m}{M_m}N_A\frac{1}{V} = \frac{V_m\rho_m}{M_m}N_A\frac{1}{V} = \frac{V_m}{V}\frac{\rho_m N_A}{M_m} = 2,500\cdot 10^{22} \tag{3.7}$$

$$N_{\text{üa}} = \frac{m_{\text{üa}}}{M_{\text{üa}}}N_A\frac{1}{V} = \frac{V_{\text{üa}}\rho_{\text{üa}}}{M_{\text{üa}}}N_A\frac{1}{V} = \frac{V_{\text{üa}}}{V}\frac{\rho_{\text{üa}}N_A}{M_{\text{üa}}} = 1,204\cdot 10^{22} \tag{3.8}$$

mivel

$$\frac{V_m}{V} = \frac{3}{4} \quad \text{és} \quad \frac{V_{\text{üa}}}{V} = \frac{1}{4} \tag{3.9}$$

Tehát a diffúziós hossz:

$$L^2 = \frac{D}{N_m(2\sigma_{H,a}+\sigma_{O,a})+N_{\text{üa}}(d_a\sigma_{25,a}+(1-d_a)\sigma_{28,a})} = 0,478\,cm^2 \tag{3.10}$$

A végtelen sokszorozási tényező a négyfaktor-formula (1.7) alapján:

$$k_\infty = 1,14434 \tag{3.11}$$

A görbületi paraméter (1.4) alapján:

$$B_{1,1}^2 = \frac{1}{\tau+L^2}\cdot ln\frac{k_\infty}{k_{eff}} = 1,729\cdot 10^{-3} \tag{3.12}$$

A reaktor sugara (1.2) alapján (l=n=1):

$$R = \sqrt{\frac{(\frac{\pi}{4})^2+\alpha_1^2}{B_{1,1}^2}} = 60,845\,cm \tag{3.13}$$

4. feladat - 2010/3.zh/1, 2008/2.zh/16., 2009/2.zh/2.

Mekkora effektív dózist kapott az a páciens, aki 50 kBq radioaktív jódot (^{131}I) tartalmazó injekciót kapott egy vizsgálat alkalmával? A ^{131}I felezési ideje 8.04 nap. Tételezzük fel, hogy a jód a pajzsmirigyben 100%-ban megkötődik, és kiürülési sebessége elhanyagolható a radioaktív bomlással történő fogyáshoz képest. A pajzsmirigy tömege 50 g, szöveti súlytényezője 0.04. A ^{131}I bomlásának sugárzási jellemzői: Béta-sugárzás: átlagos energia 200 keV, bomlási gyakoriság 100%, a sugárzás elnyelési valószínűsége a pajzsmirigyben 100%. Gamma-sugárzás: energia 365 keV, bomlási gyakoriság 81%, a sugárzás elnyelési valószínősége a pajzsmirigyben 15%. A test más szöveteit érő dózistól eltekintünk. 1 eV=1.6·10^{-19} J.
Megoldás:
A belső sugárterhelést leíró egyenlet (egyenérték dózis):

$$H_T = \frac{1}{m_T} \sum_S u_S \sum_R w_R E_R f_R Q_R (S \to T) \tag{4.1}$$

A sugárzások jellemzői:

	w$_R$	E$_R$	f$_R$	Q$_R$	szorzat
β	1	200 keV	1	1	200 keV
γ	1	365 keV	0,81	0,15	44,3475 keV

Az összes jód a pajzsmirigyben bomlik el, tehát:

$$u_S = \frac{A}{\lambda} = \frac{A \cdot T}{ln\, 2} = 5,011 \cdot 10^{10} \tag{4.2}$$

Ezzel az egyenérték dózis:

$$H_T = \frac{5,011 \cdot 10^{10} \cdot 244,3475 \cdot 10^3\,\text{eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19}\,\text{J}}{1\,\text{eV}}}{50\,\text{g} \cdot \frac{10^{-3}\,\text{kg}}{1\,\text{g}}} = 0,0392\,Sv \tag{4.3}$$

Az effektív dózis (a pajzsmirigyen kívül minden mást elhanyagolhatunk):

$$H_E = \sum_T H_T w_T = 0,0392\,\text{Sv} \cdot 0,04 = 1,568\,\text{mSv} \tag{4.4}$$

5. feladat - 2010/3.zh/2.

Egy BWR reaktorban 231 kazetta van, kazettánként 245 fűtőelempálcával töltve. A pálca aktív hossza 3,91 m, a pálca külső átmérője (burkolat külső átmérője) 10 mm, a burkolat belső átmérője 9,3 mm, a tömör üzemanyag-pasztilla külső átmérője 8,6 mm. A reaktor névleges teljesítménye 3800 MW. A névleges teljesítményen való üzem alatt, stacionárius állapotban mekkora a T$_{max}$, T$_{fo}$, T$_{ci}$, T$_{co}$, ha a moderátor hőmérséklete 220 °C, és
a) az UO2 pasztillában a hővezetési tényező állandó: λ_f = 3,011 W/mK?
b) az UO2 pasztillában a hővezetési tényezőt a Lyon-formula határozza meg?
Egyéb adatok: a burkolat hıvezetési tényezője λ_c = 18,69 W/mK, a hélium töltőgáz hővezetési tényezője λ_g =0,5 W/mK, a burkolat és a moderátor közötti hőátadási tényező 17,4 kW/m^{2}K. A pálca fala és a pasztillaközötti gázrésben csak a töltőgázban kialakuló hővezetéssel kell számolni!
Megoldás:
Egy (átlagos) pálca lineáris teljesítménysűrűsége:

$$\dot{q}' = \frac{P}{n_k n_p H} = 1,717 \cdot 10^4 \, \frac{W}{m} \tag{5.1}$$

A burkolat és a moderátor közötti hőátadásból kiszámolható T$_{co}$:

$$\dot{q}'' = \alpha(T_{co} - T_m) \tag{5.2}$$

$$T_{co} = T_m + \frac{\dot{q}''}{\alpha} = T_m + \frac{\dot{q}'}{D_{co}\pi\alpha} = 251,410°\text{C} \tag{5.3}$$

A burkolatban hővezetés van hőforrás nélkül és állandó hővezetési tényezővel:

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(\lambda_c r \frac{dT}{dr}\right) = 0 \tag{5.4}$$

$$\lambda_c r \frac{dT}{dr} = c_1 \Rightarrow \lambda_c \frac{dT}{dr} = \frac{c_1}{r} \tag{5.5}$$

(5.5)-be R$_c$$o$-t helyettesítve és kihasználva a Fourier-törvényt kapjuk:

$$-\dot{q}''_{Co} = \lambda_c \left.\frac{dT}{dr}\right|_{Co} = \frac{c_1}{R_{Co}} \Rightarrow c_1 = -\dot{q}''_{Co} R_{Co} = -\frac{\dot{q}'}{2\pi} \tag{5.6}$$

Tovább integrálva (5.5)-t kapjuk:

$$\int_{R_{ci}}^{R_{co}} \lambda_c \frac{dT}{dr} dr = \lambda_c \int_{T_{ci}}^{T_{co}} dT = \lambda_c (T_{co} - T_{ci}) =$$
$$= \int_{R_{ci}}^{R_{co}} -\frac{\dot{q}'}{2\pi r} dr = -\frac{\dot{q}'}{2\pi} \left[ln\, r\right]_{R_{ci}}^{R_{co}} = -\frac{\dot{q}'}{2\pi} ln \frac{R_{co}}{R_{ci}} \tag{5.7}$$

Ebből T_{ci}-t kell kifejezni:

$$T_{ci} = T_{co} + \frac{\dot{q}'}{2\pi\lambda_c} ln \frac{R_{co}}{R_{ci}} = 262,021°\text{C} \tag{5.8}$$

A gázrésben a differenciálegyenlet alakja ugyanolyan, mint (5.4), ezért:

$$T_{fo} = T_{ci} + \frac{\dot{q}'}{2\pi\lambda_g} ln \frac{R_{ci}}{R_{fo}} = 689,700°\text{C} \tag{5.9}$$

Az üzemanyagban már van hőforrás (illetve a b) esetben a hővezetési tényező sem állandó):

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(\lambda_c r \frac{dT}{dr}\right) + \dot{q}''' = 0 \tag{5.10}$$

Szorozzunk át r-rel majd integráljunk határozatlanul:

$$r\lambda_f \frac{dT}{dr} + \frac{r^2}{2}\dot{q}''' + c_2 = 0 \tag{5.11}$$

A konstanst r=0 behelyettesítésével tuduk meghatározni. Az első tag 0, mivel az üzemanyagpálca közepén lokális hőmérséklet-maximum van, ezért a gradiens (dT/dr) egyenlő nullával. A második tag szintén 0. Így:

$$c_2 = 0 \tag{5.12}$$

(5.11)-ben leosztva r-rel majd határozottan integrálva kapjuk:

$$\int_0^{R_{fo}} \lambda_f \frac{dT}{dr} dr + \int_0^{R_{fo}} \frac{r}{2}\dot{q}''' = 0 \tag{5.13}$$

$$\int_{T_{max}}^{T_{fo}} \lambda_f dT + \frac{R_{fo}^2}{4}\dot{q}''' = 0 \tag{5.14}$$

A térfogati teljesítménysűrűség:

$$\dot{q}''' \cdot R_{fo}^2 \pi H = \dot{q}' H \tag{5.15}$$

a) esetben λ_f=állandó, tehát:

$$\lambda_f (T_{fo} - T_{max}) + \frac{\dot{q}'}{4\pi} = 0 \tag{5.16}$$

$$T_{max} = T_{fo} + \frac{\dot{q}'}{4\pi\lambda_f} = 1143,485°\text{C} \tag{5.17}$$

b) esetben λ_f függ a hőmérséklettől, mégpedig a Lyon összefüggés szerint, ezért (5.14)-ben az integrált bontsuk fel két részre:

$$\int_0^{T_{max}} \lambda_f(T)dT - \int_0^{T_{fo}} \lambda_f(T)dT = \frac{\dot{q}'}{4\pi} = 1366,345\,\frac{W}{m} \tag{5.18}$$

A táblázat alapján a második tag értéke 3832,0596 W/m (T_{fo} = 690°C-nál leolvasott érték), tehát az első tag értéke 5198,405 W/m, így a keresett érték:

$$T_{max} \approx 1140°C \tag{5.19}$$

(5.18)-ban kihasználtuk az alábbi azonosságokat:

$$\int_a^b f(x)dx = \int_0^b f(x)dx - \int_0^a f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx \tag{5.20}$$

6. feladat - 2011/2.zh/2.

Egy olyan 42 cm sugarú,137 cm magasságú henger alakú homogén reaktort kell terveznünk, amelyre a k_{eff} = 1,05. Ehhez 2% dúsítűsú ^{235}U-öt tartalmazó üzemanyag áll rendelkezésre könnyűvíz moderátorral. Mekkora legyen az üzemanyag/moderátor térfogatarány, hogy a feltételeket teljesítsük? Mekkora erre az anyagi keverékre a gömbre vonatkozó kritikus tömeg? A számításkor alkalmazzuk a kétcsoport közelítést! Adatok: diffúziós hossz L = 0,8191 cm; a vízre vonatkozó Fermi-kor: τ = 33 cm^2; hatáskeresztmetszetek: σ_H^a = 330 mbarn, σ_O^a = 0,18 mbarn, σ_{25}^f = 577 barn, σ_{25}^c = 101 barn, σ_{28}^a = 2,7 barn; az urán sűrűsége 19,1 g/cm^3; ϵp = 0,7222; hasadásonként átlagosan 2,46 neutron keletkezik;α_1 = 2,405.
Megoldás:
A kritikussági egyenletből a görbületi paraméter ismeretében meghatározható a végtelen sokszorozási tényező. A görbületi paraméter:

$$B_{l,m}^2 = \left(\frac{l\pi}{H}\right)^2 + \left(\frac{\alpha_m}{R}\right)^2 \tag{6.1}$$

Stacioner esetben csak az alapmódus (l = m = 1) nem tűnik el, azaz:

$$B_{1,1}^2 = \left(\frac{\pi}{H}\right)^2 + \left(\frac{\alpha_1}{R}\right)^2 = 3,805 \cdot 10^{-3}\,\frac{1}{cm^2} \tag{6.2}$$

A kritikussági egyenlet:

$$k_{eff} = \frac{k_\infty e^{-B^2\tau}}{1+L^2B^2} \xrightarrow{L^2B^2 \ll \tau B^2} k_{eff} = \frac{k_\infty e^{-B^2\tau}}{e^{L^2B^2}} \tag{6.3}$$

Tehát a végtelen sokszorozási tényező:

$$k_\infty = k_{eff} e^{B^2(\tau+L^2)} = 1,194 \tag{6.4}$$

Másrészről:

$$k_\infty = \eta f \epsilon p \tag{6.5}$$

A termikus neutronhozam meghatározható a dúsításból:

$$\eta = \frac{\nu\Sigma^f}{\Sigma^a_{\text{üa}}} = \frac{\nu N_{25}\sigma^f_{25}}{N_{25}\sigma^a_{25} + N_{28}\sigma^a_{28}} = \frac{\nu\sigma^f_{25}}{\sigma^a_{25} + \frac{N_{28}}{N_{25}}\sigma^a_{28}} = \frac{\nu\sigma^f_{25}}{\sigma^a_{25} + \frac{1-d}{d}\sigma^a_{28}} \tag{6.6}$$

Mivel:

$$d = \frac{N_{25}}{N_{25}+N_{28}} = \frac{1}{1+\frac{N_{28}}{N_{25}}} \Rightarrow \frac{N_{28}}{N_{25}} = \frac{1-d}{d} \tag{6.7}$$

Kihasználva a hatáskeresztmetszetek additivitását $\sigma^a_{25} = \sigma^c_{25} + \sigma^f_{25}$, kapjuk:

$$\eta = 1,752 \tag{6.8}$$

A termikus hasznosítási tényező:

$$f = \frac{\Sigma^a_{\text{üa}}}{\Sigma^a_{\text{üa}} + \Sigma^a_{mod}} = \frac{N_{25}\sigma^a_{25} + N_{28}\sigma^a_{28}}{N_{25}\sigma^a_{25} + N_{28}\sigma^a_{28} + N_v\sigma^a_v} = \frac{\sigma^a_{25} + \frac{N_{28}}{N_{25}}\sigma^a_{28}}{\sigma^a_{25} + \frac{N_{28}}{N_{25}}\sigma^a_{28} + \frac{N_v}{N_{25}}\sigma^a_v} \tag{6.9}$$

Másrészt (6.5)-ből:

$$f = \frac{k_\infty}{\epsilon p \eta} \tag{6.10}$$

Kombinálva (6.9) és (6.10) egyenleteket kapjuk:

$$\frac{N_v}{N_{25}} = \frac{\left(\sigma^a_{25} + \sigma^a_{28}\frac{1-d}{d}\right)\left(1 - \frac{k_\infty}{\epsilon p \eta}\right)}{\sigma^a_v \frac{k_\infty}{\epsilon p \eta}} = 73,288 \tag{6.11}$$

Ahol kihasználtuk, hogy:

$$\sigma^a_v = 2 \cdot \sigma^a_H + \sigma^a_O \tag{6.12}$$

A (6.11)-ben szereplő magarány kapcsolatban van a térfogataránnyal, éspedig:

$$\frac{N_v}{N_{25}} = \frac{\frac{m_v}{M_v}N_A}{\frac{m_U}{M_U}N_A d} = \frac{1}{d}\frac{M_U}{M_v}\frac{\rho_v V_v}{\rho_U V_U} \Rightarrow \frac{V_U}{V_v} = \frac{1}{d}\frac{M_U}{M_v}\frac{\rho_v}{\rho_U}\frac{N_{25}}{N_v} = 0,472 \tag{6.13}$$

Tehát az üzemanyag-moderatáro térfogatarány 0,472.
Gömb esetén a görbületi paraméter:

$$B_n^2 = \left(\frac{n\pi}{R_g}\right)^2 \tag{6.14}$$

A kritikus tömeg kiszámolásához kihasználjuk, hogy k_{eff} = 1,0. Továbbá, hogy a végtelen sokoszorozási tényező változatlan, mivel csak az anyagi összetételtől függ. Ezzel (6.4)-ből a görbületi paraméter meghatározható:

$$B = \sqrt{\frac{ln\, k_\infty}{\tau + L^2}} \tag{6.15}$$

Visszahelyettesítve (6.14)-be kapjuk a kritikus gömb sugarát (alapmódus, azaz n = 1):

$$R_g = \pi \cdot \sqrt{\frac{\tau + L^2}{ln\, k_\infty}} = 43,292\,\mathrm{cm} \tag{6.16}$$

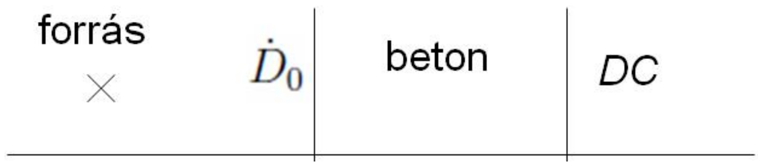
A kritikus tömeg:

$$\begin{aligned} m_{krit} &= \rho_{\acute{a}tlag} \cdot V_g = \frac{\rho_v V_v + \rho_U V_U}{V_v + V_U} \cdot \frac{4R_g^3\pi}{3} = \\ &= \frac{\rho_v + \rho_U \frac{V_U}{V_v}}{1 + \frac{V_U}{V_v}} \cdot \frac{4R_g^3\pi}{3} = 2,312\,\mathrm{tonna} \end{aligned} \tag{6.17}$$

7. feladat - 2010/2.pótzh/1., 2007/3.pótzh/15., 2008/2.zh/15.

Egy növénysterilizáló besugárzó állomás tervezésénél kiderült, hogy a forrás tervezett helyétől 8 m távolságra játszótér van. A ^{60}Co sugárforrás aktivitása 1 TBq, a testszövetre vonatkozó dózisállandó 305 (μSv/h)/(GBq/m^2). Az épület köré sugárvédelmi falat terveznek betonból. A beton sűrűsége 2700 kg/m^3, tömegabszorpciós együtthatója a ^{60}Co átlagos energiájára $4{\cdot}10^{-3}$ m^2/kg. Tapasztalat szerint a build-up tényező az ilyen létesítméyeknél alkalmazott vastagságú védőbetonra legfeljebb 1,5 lesz. Milyen vastag védőfalat tervezzünk, ha a besugárzó állomásra a hatóság 30 μSv éves dózismeszórítást állapított meg? A fal vékonyítása érdekében ólom betétet alkalmaznak olyan elredenezésben, hogy két azonos vastagságú betonréteg közé ólomréteget tesznek. Milyen vastag legyen az ólomréteg, hogy a védőfal vastagsága az eredeti fele legyen? Az ólom tömegabszorpciós együtthatója

0,08 cm^2/g, sűrűsége 11,7 g/cm^3. Azt tételezzük fel, hogy a játszóteret egy gyerek egész éven át napi 6 órában használja, a besugárzó állomás hetente 5 munkanapon működik.
Megoldás:



1. ábra.

Mindenféle védelem nélkül a dózisteljesítmény a játszótérnél:

$$\dot{D}_0 = k_\gamma \frac{A}{r^2} = 305\,\frac{\mu Sv}{h}\,\frac{m^2}{GBq} \cdot \frac{1000\,GBq}{8^2\,m^2} = 4765,625\,\frac{\mu Sv}{h} \tag{7.1}$$

A dózismegszorítás:

$$DC = 30\,\frac{\mu Sv}{év} \tag{7.2}$$

Figyelembe véve az állomás működési idejét és a gyerekek játszótéren tartózkodását kiszámolható, hogy mennyi a dózismegszorítás 1 órára. Ez egyben a maximális megengedett dózisteljesítmény a sugárvédelmi fal után:

$$DC = \frac{30\,\mu Sv}{6 \cdot 365 \cdot \frac{5}{7}\,h} = 0,0192\,\frac{\mu Sv}{h} \tag{7.3}$$

A sugárgyengítés értelmében (x a betonfal vastagsága):

$$DC = B \cdot \dot{D}_0 \cdot e^{-\mu_b x} \tag{7.4}$$

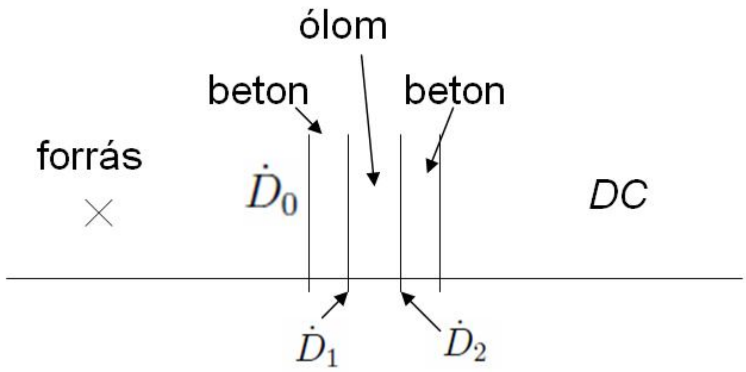
Ebből a fal vastagsága, x kifejezhető:

$$x = -\frac{1}{\mu_b}\,ln\,\frac{DC}{B \cdot \dot{D}_0} = 1,188\,m \tag{7.5}$$

ahol kihasználtuk, hogy:

$$\mu_b = \frac{\mu_b}{\rho_b} \cdot \rho_b = 4 \cdot 10^{-3}\,\frac{m^2}{kg} \cdot 2700\,kg/m^3 = 10,8\,\frac{1}{m} \tag{7.6}$$

Az ólombetétes fal összvastagsága fele az eredeti betonfalénak, azaz ha az ólom vastagsága *d*, akkor a beton teljes vastagsága *x/2-d*, azaz a két oldalon lévő betonfalak vastagsága $\frac{x/2-d}{2}$. Használva a lenti ábra jelöléseit kapjuk, hogy:



$$\dot{D}_1 = B \cdot \dot{D}_0 \cdot e^{-\mu_b \frac{x/2-d}{2}} \tag{7.7}$$

$$\dot{D}_2 = \dot{D}_1 \cdot e^{-\mu_o d} \tag{7.8}$$

$$DC = B \cdot \dot{D}_2 \cdot e^{-\mu_b \frac{x/2-d}{2}} \tag{7.9}$$

Összevonva az egyenleteket kapjuk, hogy:

$$DC = B^2 \cdot \dot{D}_0 \cdot e^{-\mu_b (\frac{x}{2}-d)-\mu_o d} \tag{7.10}$$

Ebből az ólom vastagsága:

$$d = \frac{1}{\mu_b - \mu_o} \, ln \, \frac{DC}{B^2 \cdot \dot{D}_0 \cdot e^{-\mu_b \frac{x}{2}}} = 0,08234 \, m = 8,234 \, cm \tag{7.11}$$

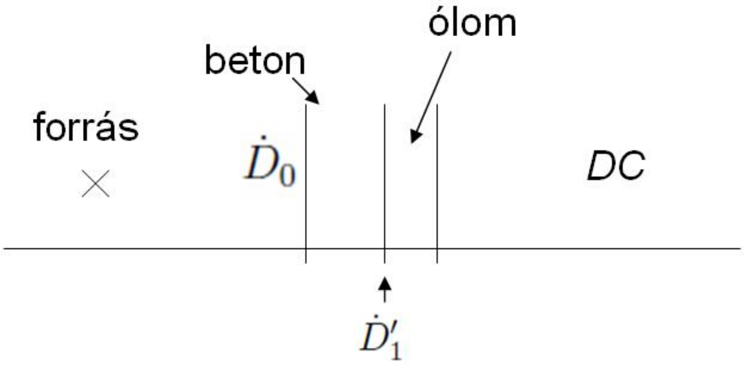
ahol az ólom lineáris abszorpciós tényezője:

$$\mu_o = 0,08 \, \frac{cm^2}{g} \cdot 11,7 \, \frac{g}{cm^3} = 0,936 \, \frac{1}{cm} = 93,6 \, \frac{1}{m} \tag{7.12}$$

Az ólmot kétoldalról körülvevő betonfal vastagsága:

$$\frac{x/2-d}{2} = 25,583 \, cm \tag{7.13}$$

Diszkusszió:
Ha a lenti ábrán látható elrendezést használnánk, akkor az ólom vastagságára hasonló gondolatmenettel a következőt kapnánk:



$$\dot{D}_1' = B \cdot \dot{D}_0 \cdot e^{-\mu_b(\frac{x}{2}-d)} \tag{7.14}$$

$$DC = \dot{D}_1' \cdot e^{-\mu_o d} \tag{7.15}$$

$$DC = B \cdot \dot{D}_0 \cdot e^{-\mu_b(\frac{x}{2}-d)-\mu_o d} \tag{7.16}$$

$$d = \frac{1}{\mu_b - \mu_o} ln \frac{DC}{B \cdot \dot{D}_0 \cdot e^{-\mu_b \frac{x}{2}}} = 0,07744\, m = 7,744\, cm \tag{7.17}$$

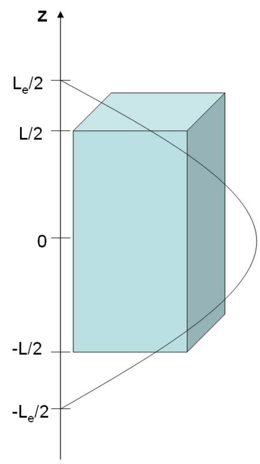
Az eltérés oka, hogy feltételeztük, hogy bármekkora is a betonfal vastagsága, a build-up (B) mindig ugyanakkora. Természetesen ez nem igaz, annál kisebb a build-up, minél kisebb a fal vastagsága, ezért a 7,744 cm közelebb jár a valósághoz.
Megjegyzés: zh-ban természetesen mindkét megoldást elfogadjuk, ha a számítási lépéseket a szöveg és/vagy ábrák alátámasztják.

8. feladat - 2010/3.pótzh/1., 2009/3.zh/1.

Egy hasáb geometriájú PWR reaktor normál, stacioner üzeme során egy átlagos pálca maximális lineáris teljesítménysűrűsége $\dot{q}_0' = 7{,}56$ kW/m. Ebben az esetben milyen értékre kell beállítani a teljes zónán átfolyó moderátor tömegáramát, hogy a zónán való áthaladás következtében a hőmérséklet átlagosan ΔT = 35°C-kal emelkedjen? Ezen tömegáram mellett hol van és mekkora a burkolat maximális külső hőmérséklete, ha a beáramló víz hőmérséklete 261°C? A számítások során tételezzük fel, hogy a zóna teljes tömegárama a pálcákon egyenletesen oszlik meg. Adatok: kazetták száma 241, egy kazettában lévő pálcák száma 236, a burkolat külső átmérője 10 mm, a burkolat és a moderátor közti hőátadási tényező 17,4 kW/m^{2}K, a zóna aktív hossza 3810 mm, az extrapolált hossz 4300 mm, a víz fajhője 4200 J/kg°C.
Megoldás:

Hasáb geometriájú reaktorban stacioner állapotban a fluxuseloszlás cosinus (sinus) jellegű, és a fluxus az extrapolált határon válik nullává. A teljesítményeloszlás arányos (első közelítésben) a fluxussal, viszont ahol nincs hasadóanyag, ott nincs hasadás, energiatermelés, ezért a lineáris teljesítménysűrűséget leíró egyenlet:

$$\dot{q}' = \begin{cases} \dot{q}_0' \cdot cos\frac{\pi z}{L_e} & \text{ha } -L/2 \leq z \leq L/2 \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases} \tag{8.1}$$



2. ábra.

Az energiamegmaradás törvénye értelmében:

$$\dot{m}_p c\Delta T = \int_{-L/2}^{L/2} \dot{q}_0' cos\frac{\pi z}{L_e} dz = \dot{q}_0' \frac{L_e}{\pi}\left[sin\frac{\pi z}{L_e}\right]_{-L/2}^{L/2} = 2\dot{q}_0'\frac{L_e}{\pi} sin\frac{\pi L}{2L_e} \tag{8.2}$$

Tehát egy pálca tömegárama:

$$\dot{m}_p = \frac{2\dot{q}_0' \frac{L_e}{\pi} sin\frac{\pi L}{2L_e}}{c\Delta T} = 0,139\,\frac{kg}{s} \tag{8.3}$$

A zóna teljes tömegárama:

$$\dot{m} = \dot{m}_p n_k n_p = 7905,764\,\frac{kg}{s} \tag{8.4}$$

Adott magasságon a burkolat külső hőmérséklete függ a hűtőközeg (moderátor) hőmérsékletétől, a hőátadási tényezőtől és a felületi hőfluxustól. A hűtőközeg hőmérséklete és a hőfluxus maguk is függnek a magasságtól:

$$T_{co}(z) = T_m(z) + \frac{\dot{q}''(z)}{\alpha} \tag{8.5}$$

A hűtőközeg hőmérséklete $z$magasságban:

$$\begin{aligned} T_m(z) &= T_{be} + \frac{1}{\dot{m}_p c}\int_{-L/2}^{z} \dot{q}_0' cos\frac{\pi z'}{L_e} dz' = \\ &= T_{be} + \frac{\dot{q}_0' L_e}{\dot{m}_p c\pi}\left[sin\frac{\pi z'}{L_e}\right]_{-L/2}^{z} = \\ &= T_{be} + \frac{\dot{q}_0' L_e}{\dot{m}_p c\pi}\left(sin\frac{\pi z}{L_e} + sin\frac{\pi L}{2L_e}\right) \end{aligned} \tag{8.6}$$

A felületi hőfluxus:
$$\dot{q}''(z) = \frac{\dot{q}'(z)}{2R_{co}\pi} = \frac{\dot{q}'_0 cos\,\frac{\pi z}{L_e}}{2R_{co}\pi} \tag{8.7}$$
Tehát a burkolat külső hőmérséklete:
$$T_{co}(z) = T_{be} + \frac{\dot{q}'_0 L_e}{\dot{m}_p c\pi}\left(sin\frac{\pi z}{L_e} + sin\frac{\pi L}{2L_e}\right) + \frac{\dot{q}'_0 cos\,\frac{\pi z}{L_e}}{2R_{co}\pi\alpha} \tag{8.8}$$
A maximum helyét deriválás után kapjuk meg:
$$\frac{\partial T_{co}(z)}{\partial z} = \frac{\dot{q}'_0}{\dot{m}_p c}cos\frac{\pi z}{L_e} - \frac{\dot{q}'_0 sin\,\frac{\pi z}{L_e}}{2R_{co}L_e\alpha} = 0 \tag{8.9}$$
$$tg\,\frac{\pi z}{L_e} = \frac{2R_{co}L_e\alpha}{\dot{m}_p c} \Rightarrow z_{max} = 1,243\,m \tag{8.10}$$
A maximális burkolat-hőmérséklet pedig:
$$T_{co}(z_{max}) = 261,000 + 31,415 + 8,508 = 300,923°C \tag{8.11}$$

9. feladat - 2007/2.pótzh/15. és 2008/3.zh/15.

Egy BWR reaktorban 241 kazetta van, kazettánként 236 fűtőelempálcával töltve. A pálca aktív hossza 3,81 m, a pálca külső átmérője (burkolat külső átmérője) 9,7 mm, a burkolat belső átmérője 9 mm, a tömör üzemanyag-pasztilla külső átmérője 8,2 mm.
(a) Mennyi a lineáris teljesítménysűrűség, a felületi hőáramsűrűség a pálca külső felszínén, illetve az átlagos kazetta- és pálcateljesítmény, ha a névleges reaktorteljesítmény 3800 MW?
(b) A névleges teljesítményen való üzem alatt, stacionárius állapotban mekkora a T_{max}, T_{fo}, T_{ci}, T_{co}, ha a moderátor hőmérséklete 215°C (a gázban csak a hővezetéssel számolva)?
Adatok: a burkolat hővezetési tényezője λ_c = 18,69 W/mK, a hélium töltőgáz hővezetési tényezője λ_g = 0,277 W/mK, a burkolat és a moderátor közötti hőátadási tényező: 17,4 kW/m²K. Az üzemanyag hővezetési tényezőjére használja a következő függvényt (T-t Kelvinben kell behelyettesíteni):
$$\lambda_f(T) = 1 + 3\cdot e^{-0,0005\cdot T} \tag{9.1}$$

Megoldás: Az átlagos kazettateljesítmény:
$$\overline{P}_k = \frac{P}{n_k} = \frac{3800\,MW}{241} = 15,768\,MW \tag{9.2}$$

Az átlagos pálcateljesítmény:

$$\overline{P}_p = \frac{\overline{P}_k}{n_p} = 66,812\,kW \tag{9.3}$$

Az átlagos lineáris teljesítménysűrűség:

$$\dot{q}'_{co} = \frac{\overline{P}_p}{L} = 17,536\,\frac{kW}{m} \tag{9.4}$$

Az átlagos felületi hőáramsűrűség a pálca külső felszínén:

$$\dot{q}''_{co} = \frac{\overline{P}_p}{2\pi R_{co} L} = 575,450\,\frac{kW}{m^2} \tag{9.5}$$

A hőmérsékletek számolása hasonlóan történik, mint az 5. feladatban: A (5.3) egyenlet alapján:

$$T_{co} = T_m + \frac{\dot{q}''_{co}}{\alpha} = 248,072°\mathrm{C} \tag{9.6}$$

A (5.8) alapján:

$$T_{ci} = T_{co} + \frac{\dot{q}'}{2\pi\lambda_c} ln\frac{R_{co}}{R_{ci}} = 259,257°\mathrm{C} \tag{9.7}$$

A (5.9) alapján:

$$T_{fo} = T_{ci} + \frac{\dot{q}'}{2\pi\lambda_g} ln\frac{R_{ci}}{R_{fo}} = 1197,199°\mathrm{C} \tag{9.8}$$

A (5.14) alapján:

$$\int_{T_{max}}^{T_{fo}} \lambda_f dT + \frac{R_{fo}^2}{4}\dot{q}''' = 0 \tag{9.9}$$

Átrendezve:

$$\int_{T_{fo}}^{T_{max}} \lambda_f(T) dT \int_{T_{fo}}^{T_{max}} 1 + 3e^{-0,0005\cdot T} dT = \left[T - \frac{3e^{-0,0005\cdot T}}{0,0005}\right]_{T_{fo}}^{T_{max}} \tag{9.10}$$

Felhasználva (5.15)-öt:

$$T_{max} - \frac{3e^{-0,0005\cdot T_{max}}}{0,0005} - T_{fo} + \frac{3e^{-0,0005\cdot T_{fo}}}{0,0005} = \frac{\dot{q}'}{4\pi} \tag{9.11}$$

$$T_{max} - 6000e^{-0,0005\cdot T_{max}} = -11,077\,K \tag{9.12}$$

Ez egy transzcendens egyenlet, amely néhány próbálgatás után közelítőleg megoldható:

$$T_{max} = 2094,4\,K = 1821,4°C \tag{9.13}$$

10. feladat - 2007/3.zh/15., 2008/2.pótzh/16., 2009/2.pótzh/1., 2011/2.pótzh/1.

Mekkora sugárterhelést kap az a 70 kg-os személy, akinek diagnosztikai célból 15000 Bq ^{99m}Tc-ot adnak be? Az anyag 30%-a a pajzsmirigybe jut, 70%-a eloszlik a testnedvekben. A ^{99m}Tc felezési ideje 6 óra, kiürülése ehhez képest elhanyagolhatóan lassú, ezért a lebomlás teljes egészében a szervezetben következik be. A gammasugárzás energiája 141 keV, a testszövet ennek 80%-át nyeli el. Az izotóp tiszta γ-sugárzó, a γ gyakorisága 87%, a többi bomlás belső konverziót eredményez, az így kilépő elektronok átlagos energiája 122 keV, a röntgen-vonalaké 19 keV. Feltételezzük, hogy a testszövet elnyeli az elektron- és röntgensugárzás teljes energiáját. Mekkora dózist kap a testszövet ebben a vizsgálatban? (A pajzsmirigy dózisát nem kell meghatározni.) Mekkora kockázattal jár ez a dózis?

Megoldás: Ebben a feladatban is a (4.1) egyenletet kell használni. Mivel a teljes anyag a szervezetben bomlik le, ezért (ne feledkezzünk meg, hogy 70% oszlik el a testnedvekben):

$$\begin{aligned} 0,7 \cdot \sum_S u_S &= 0,7 \cdot \int_0^\infty A_0 e^{-\lambda t} dt = \left[\frac{A_0 e^{-\lambda t}}{-\lambda} \right]_0^\infty = \\ &= 0,7 \cdot \frac{A_0 T}{ln\, 2} = 3,272 \cdot 10^8 \end{aligned} \tag{10.1}$$

A sugárzásokra való összegzés:

	w_R	E_R	f_R	Q_R	szorzat
γ	1	141 keV	0,87	0,8	98,136 keV
e^-	1	122 keV	0,13	1	15,86 keV
R	1	19 keV	0,13	1	2,47 keV

Tehát:

$$\begin{aligned} \sum_R w_R E_R f_R Q_R(S \to T) &= 116,466\,\text{keV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-16} \frac{\text{J}}{\text{keV}} \cdot 1,0 \frac{\text{Sv} \cdot \text{kg}}{\text{J}} = \\ &= 1,863 \cdot 10^{-14}\,\text{Sv} \cdot \text{kg} \end{aligned} \tag{10.2}$$

Ezzel az egyenértékdózis:

$$H_T = 8,708 \cdot 10^{-8}\,\text{Sv} \tag{10.3}$$

Mivel:

$$\sum_T w_T = 1 \tag{10.4}$$

ezért az effektív dózis (egésztest dózis):

$$H_E = 8,708 \cdot 10^{-8}\,\text{Sv} \tag{10.5}$$

A kockázat (a kockázat-dózis meredekség: $5 \cdot 10^{-2}\,\frac{1}{\text{Sv}}$):

$$\text{kockázat} = 4,354 \cdot 10^{-9} \tag{10.6}$$

11. feladat - 2007/3.zh/16., 2008/pótzh/15.

Egy hasáb geometriájú PWR reaktorban normál üzemi körülmények között, stacionárius állapotban a primerköri hűtővíz belépő hőmérséklete 267°C, kilépő hőmérséklete 297°C. Egy pálcára eső tömegáram 0,2 kg/s, a pálca aktív hossza 3810 mm, míg az extrapolált hossz 4100 mm. A víz fajhője 4200 J/(kg°C), a burkolat külső átmérője 9 mm.

(a) Hol van és mekkora egy pálca maximális lineáris teljesítménysűrűsége?

(b) Ebben az üzemállapotban hol van és mekkora a burkolat maximális hőmérséklete, ha a hőátadási tényező a clad és a víz között α=17,4 W/(m^{2}K)?

Megoldás: Hasáb alakú reaktorban - alkalmazva a 8. feladatban lévő ábrán látható koordinátarendszeret - a teljesítmény-eloszlás:

$$\dot{q}'(z) = \begin{cases} \dot{q}_0'\, cos\, \frac{\pi z}{L_e} & \text{ha } -L/2 \leq z \leq L/2 \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases} \tag{11.1}$$

ahol L_e az extrapolációs hossz (L-lel jelöljük az aktív hosszt). A moderátor felmelegedéséből meghatározható a maximális lineáris teljesítménysűrűség:

$$\dot{m}c_p\left(T_{ki} - T_{be}\right) = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \dot{q}'(z)dz = \dot{q}_0' \frac{L_e}{\pi}\left[sin\,\frac{\pi z}{L_e}\right]_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} = \frac{2\dot{q}_0' L_e}{\pi}\,sin\,\frac{\pi L}{2L_e} \tag{11.2}$$

Átrendezve:

$$\dot{q}_0' = \frac{\dot{m}c_p\left(T_{ki} - T_{be}\right)\pi}{2L_e\, sin\, \frac{\pi L}{2L_e}} = 9,715\,\frac{kW}{m} \tag{11.3}$$

A burkolat külső hőmérséklete:

$$T_{co}(z) = T_m(z) + \frac{\dot{q}_{co}''(z)}{\alpha} = T_m(z) + \frac{\dot{q}'(z)}{2\pi R_{co}\alpha} \tag{11.4}$$

A moderátor hőmérséklete a magasság függvényében:

$$\begin{aligned} T_m(z) &= T_{be} + \frac{1}{\dot{m}c_p}\int_{-\frac{L}{2}}^{z} \dot{q}'(z')dz' = T_{be} + \frac{\dot{q}_0' L_e}{\dot{m}c_p\pi}\left[sin\,\frac{\pi z'}{L_e}\right]_{-\frac{L}{2}}^{z} = \\ &= T_{be} + \frac{\dot{q}_0' L_e}{\dot{m}c_p\pi}\left[sin\,\frac{\pi z}{L_e} + sin\,\frac{\pi L}{2L_e}\right] \end{aligned} \tag{11.5}$$

Tehát a burkolat hőmérséklete a magasság függvényében (visszahelyettesítve (11.5)-öt (11.4)-be):

$$T_{co}(z) = T_{be} + \frac{\dot{q}_0' L_e}{\dot{m}c_p\pi}\left[sin\,\frac{\pi z}{L_e} + sin\,\frac{\pi L}{2L_e}\right] + \frac{\dot{q}_0'\,cos\,\frac{\pi z}{L_e}}{2\pi R_{co}\alpha} \tag{11.6}$$

A maximum helyét és értékét deriválással határozzuk meg:

$$\frac{\partial T_{co}(z)}{\partial z} = \frac{\dot{q}_0'}{\dot{m}c_p}\,cos\,\frac{\pi z}{L_e}\cdot\frac{\pi}{L_e} + \frac{\dot{q}_0'}{2\pi R_{co}\alpha}\left(-sin\,\frac{\pi z}{L_e}\right)\cdot\frac{\pi}{L_2} = 0 \tag{11.7}$$

Átrendezve:

$$tg\,\frac{\pi z}{L_e} = \frac{2R_{co}\alpha L_e}{\dot{m}c_p} \tag{11.8}$$

A maximális burkolat-hőmérséklet helye:

$$z_{max} = 0,852\,m \tag{11.9}$$

Ez elfogadható, mivel a 2. ábra alapján a reaktor közepe z=0-nál van.
A maximális burkolat-hőmérséklet értéke (11.6) alapján:

$$T_{co,max} = 306,856°C \tag{11.10}$$

12. feladat - 2007/2.pótzh/15., 2008/3.pótzh/16.

Egy VVER-440 reaktor teljes hőteljesítménye 1375 MW, amelynek 94%-a szabadul fel az üzemanyagban. A reaktorban 349 kazetta, kazettánként 126 pálca van. A pálcák hossza 2,5 m.

(a) Ha a térfogati teljesítménysűrűség (az üzemanyagra vonatkoztatva) 268,257 MW/m^3, akkor mekkora a fűtőelemben lévő furat sugara, és a felületi hőáramsűrűség? Adatok: az üzemanyag külső átmérője 7,6 mm; a burkolat belső átmérője 8,2 mm, a külső átmérője 9 mm.

(b) Hány százalékkal változna a térfogati teljesítménysűrűség, ha nem

lenne furat?
Megoldás: A térfogati teljesítménysűrűség az üzemanyagra vonatkoztatva:

$$\dot{q}''' = \frac{P \cdot \kappa}{n_k n_p \left(R_{fo}^2 - R_{furat}^2\right) \pi H} \tag{12.1}$$

ahol $\kappa = 0{,}94$. Ebből a furat nagysága:

$$R_{furat} = \sqrt{R_{fo}^2 - \frac{P \cdot \kappa}{n_k n_p \pi H \dot{q}'''}} = 0,700\, mm \tag{12.2}$$

Az üzemanyag külső felületén a hőáramsűsűrég:

$$\dot{q}''_{fo} = \frac{\dot{q}''' \left(R_{fo}^2 - R_{furat}^2\right) \pi H}{2\pi R_{fo} H} = \frac{\dot{q}'''' \left(R_{fo}^2 - R_{furat}^2\right)}{2 R_{fo}} = 492,393\, \frac{kW}{m^2} \tag{12.3}$$

Ha nincs furat, akkor nyilvánvalóan csökken a térfogati teljesítménysűrűség:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{q}'''_{\text{új}} - \dot{q}'''}{\dot{q}'''} \cdot 100 &= \left(\frac{\frac{P \cdot \kappa}{n_k n_p R_{fo}^2 \pi H}}{\frac{P \cdot \kappa}{n_k n_p \left(R_{fo}^2 - R_{furat}^2\right) \pi H}} - 1 \right) \cdot 100 = \\ &= 100 \cdot \left(\frac{R_{fo}^2 - R_{furat}^2}{R_{fo}^2} - 1 \right) = -3,393\% \end{aligned} \tag{12.4}$$

13. feladat - 2007/2.pótzh/16.

Egy BWR reaktorban lévo üzemanyagpálca maximális lineáris teljesítménysűrűségét kell meghatározni, ha az üzemanyag tömegére vonatkozó átlaghőmérséklet nem lépheti túl az 1500°C-ot. A hűtőközeg hőmérséklete 215°C. Határozza meg a $T_{f,max}$, T_{ci}, T_{co} értékeket is! Adatok: a burkolat és a moderátor közötti hőátadási tényező 17,4 kW/m^{2}K, a gázrés hővezetési tényezője 0,277 W/mK, a burkolat hővezetési tényezője 18,69 W/mK, a fűtőelemé 3,011 W/mK. A burkolat külső átmérője 9,7 mm; a belső átmérője 8,7 mm, a tömör üzemanyag külső átmérője 8,2 mm. A pálca aktív hossza 3,81 m.
Megoldás: Felhasználva (5.3), (5.8) és (5.9) egyenleteket, a fűtőelem külső

felületén mérhető hőmérséklet az alábbi módon fejezhető ki:

$$
\begin{aligned}
T_{fo} &= T_{ci} + \frac{\dot{q}'}{2\pi\lambda_g} ln \frac{R_{ci}}{R_{fo}} = \\
&= T_{co} + \frac{\dot{q}'}{2\pi\lambda_c} ln \frac{R_{co}}{R_{ci}} + \frac{\dot{q}'}{2\pi\lambda_g} ln \frac{R_{ci}}{R_{fo}} = \\
&= T_m + \frac{\dot{q}'}{2\pi R_{co}\alpha} + \frac{\dot{q}'}{2\pi\lambda_c} ln \frac{R_{co}}{R_{ci}} + \frac{\dot{q}'}{2\pi\lambda_g} ln \frac{R_{ci}}{R_{fo}} \qquad (13.1)
\end{aligned}
$$

A fűtőelem tömegére vonatkozó átlaghőmérséklet meghatározásához induljunk ki (5.11)-ből:

$$r\lambda_f \frac{dT}{dr} + \frac{r^2}{2}\dot{q}''' + c_2 = 0 \qquad (13.2)$$

Ha nincs furat, akkor r=0-nál kiértékelve a fenti egyenletet c_2-re 0-t kapunk (ahogy korábban is). Integráljuk az egyenletet határozottan (r-rel való osztás után és a következő feltételekkel: λ_f = állandó, $\dot{q}'''$ = állandó):

$$\int_{R_{fo}}^{r} \lambda_f \frac{dT}{dr'} dr' + \int_{R_{fo}}^{r} \frac{r'}{2}\dot{q}''' dr' = 0 \qquad (13.3)$$

$$\lambda_f \int_{T_{fo}}^{T(r)} dT + \frac{\dot{q}'''}{2} \int_{R_{fo}}^{r} r' dr' = \lambda_f \left(T(r) - T_{fo}\right) + \frac{\dot{q}'''}{2}\left(\frac{r^2}{2} - \frac{R_{fo}^2}{2}\right) \qquad (13.4)$$

Ebből a fűtőelemben kialakuló hőmérséklet helyfüggése:

$$T(r) = T_{fo} + \frac{\dot{q}'''}{4\lambda_f}\left(R_{fo}^2 - r^2\right) \qquad (13.5)$$

Az üzemanyag tömegére vonatkozó átlaghőmérséklet (a fűtőelem sűrűsége állandó):

$$\overline{T} = \frac{\int_0^{R_{fo}} T(r)\rho H 2\pi r dr}{\rho H R_{fo}^2 \pi} = \frac{2}{R_{fo}^2}\int_0^{R_{fo}} T(r) r dr \qquad (13.6)$$

Behelyettesítve (13.5)-öt, kapjuk:

$$
\begin{aligned}
\overline{T} &= \frac{2}{R_{fo}^2}\int_0^{R_{fo}} \left(T_{fo} + \frac{\dot{q}'''}{4\lambda_f}\left(R_{fo}^2 - r^2\right)\right) r dr = \\
&= \frac{2}{R_{fo}^2}\left[T_{fo}\frac{r^2}{2} + \frac{\dot{q}'''}{4\lambda_f}\left(R_{fo}^2\frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4}\right)\right]_0^{R_{fo}} = \\
&= \frac{2}{R_{fo}^2}\left(T_{fo}\frac{R_{fo}^2}{2} + \frac{\dot{q}'''}{4\lambda_f}\left(\frac{R_{fo}^4}{2} - \frac{R_{fo}^4}{4}\right)\right) = \\
&= T_{fo} + \frac{\dot{q}''' R_{fo}^2}{8\lambda_f} \qquad (13.7)
\end{aligned}
$$

(13.1) és (13.7) alapján és

$$\dot{q}''' \cdot R_{fo}^2 \pi H = \dot{q}' H \tag{13.8}$$

egyenletet felhasználva meghatározható a $\overline{T} = 1500°$C-hoz tartozó maximális megengedhető lineáris teljesítménysűrűség:

$$\overline{T} = T_m + \dot{q}' \left(\frac{1}{2\pi R_{co}\alpha} + \frac{1}{2\pi\lambda_c} ln \frac{R_{co}}{R_{ci}} + \frac{1}{2\pi\lambda_g} ln \frac{R_{ci}}{R_{fo}} + \frac{1}{8\pi\lambda_f} \right) \tag{13.9}$$

$$\dot{q}'_{max} = \frac{\overline{T} - T_m}{\frac{1}{2\pi R_{co}\alpha} + \frac{1}{2\pi\lambda_c} ln \frac{R_{co}}{R_{ci}} + \frac{1}{2\pi\lambda_g} ln \frac{R_{ci}}{R_{fo}} + \frac{1}{8\pi\lambda_f}} = 25,682 \, \frac{kW}{m} \tag{13.10}$$

14. feladat - 2007/3.pótzh/16.

Egy (hasáb geometriájú) PWR reaktorban normál üzemi körülmények között, stacionárius állapotban az egy pálcára eső tömegáram 0,18 kg/s, a lineáris teljesítménysűrűség maximuma 10,5 kW/m, a pálca hossza 3810 mm, míg az extrapolált hossz 4100 mm. A víz fajhője 4200 J/(kg°C). A pálca külső átmérője 9 mm.

(a) Mennyit változik a moderátor hőmérséklete a csatornán történő áthaladás során?

(b) Mekkora legyen a belépő víz hőmérséklete, ha azt akarjuk, hogy a burkolat maximális hőmérséklete ne legyen nagyobb, mint 314°C. A hőátadási tényező a burkolat és a víz között $\alpha = 17,4$ kW/m^{2}K?

Megoldás: A lineáris teljesítménysűrűség (használva 2 ábrát):

$$\dot{q}'(z) = \begin{cases} \dot{q}'_0 \, cos \, \frac{\pi z}{L_e} & \text{ha } -L/2 \leq z \leq L/2 \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases} \tag{14.1}$$

ahol

$$\dot{q}'_0 = 10,5 \, \frac{kW}{m} \tag{14.2}$$

A hőmérsékletemelkedés:

$$\begin{aligned} \Delta T &= \frac{\int_{-L/2}^{L/2} \dot{q}' dz}{\dot{m} c_p} = \frac{\dot{q}'_0}{\dot{m} c_p} \left[sin \, \frac{\pi z}{L_e} \right]_{-L/2}^{L/2} \cdot \frac{L_e}{\pi} = \\ &= \frac{2\dot{q}'_0 L_e}{\pi \dot{m} c_p} sin \, \frac{\pi L}{2L_e} = 36,028°C \end{aligned} \tag{14.3}$$

Felhasználva (11.8)-at, z_{max}-ra kapjuk:

$$z_{max} = \frac{L_e}{\pi} arctg \frac{2R_{co}\alpha L_e}{\dot{m}c_p} = 0,919\,m \tag{14.4}$$

(11.6)-ból kifejezhető a belépő hőmérséklet:

$$T_{be} = T_{co} - \frac{\dot{q}_0' L_e}{\dot{m}c_p\pi}\left(sin\frac{\pi z_{max}}{L_e} + sin\frac{\pi L}{2L_e}\right) - \frac{\dot{q}_0'}{2\pi R_{co}\alpha} cos\frac{\pi z_{max}}{L_e} \tag{14.5}$$

Az előző egyenletbe behelyettesítve z_{max}-ot kapjuk:

$$T_{be} = 267,085°C \tag{14.6}$$

15. feladat - 2008/1.pótzh/16.

Homogén reaktort szeretnénk építeni, amihez a geometria miatt olyan üzemanyagra van szükség, ahol k_∞ = 1,06. 2,5% dúsítású urán áll rendelkezésre. Mekkora legyen a keverékben az üzemanyag/moderátor térfogatarány? Adatok: könnyűvíz esetén L^2 = 7,4 cm^2, τ = 31 cm^2; az urán sűrűsége ρ_U = 19, 1 g/cm^3, moláris tömege M_U = 238,08 g/mol, dúsítása: 2,5% 235-ös és 97% 238-es urán izotóp; a víz moláris tömege M_v = 18 g/mol; abszorpciós hatáskeresztmetszetek: $\sigma_{25,a}$ = 678 barn, $\sigma_{28,a}$ = 2,78 barn, $\sigma_{H,a}$ = 330 mbarn, $\sigma_{O,a}$ = 0,18 mbarn, hasadási hatáskeresztmetszet: $\sigma_{25,f}$ = 577 barn; hasadásonként átlagosan 2,46 neutron keletkezik, ϵp = 0,600.
Megoldás: (1.11) alapján a termikus neutronhozam értéke:

$$\eta = \frac{\nu\sigma_{25,f}}{\sigma_{25,a} + \frac{1-d}{d}\sigma_{28,a}} = 1,805 \tag{15.1}$$

(1.7) alapján a termikus hasznosítási tényező:

$$f = \frac{k_\infty}{\epsilon p\eta} = 0,979 \tag{15.2}$$

(1.12)-ből kifejezhető a moderátor-üzemanyag magarány:

$$\frac{N_m}{N_{üa}} = \left(\sigma_{25,a} + \frac{1-d}{d}\sigma_{28,a}\right)\cdot\left(\frac{1}{f} - 1\right)\cdot\frac{d}{2\sigma_{H,a} + \sigma_{O,a}} = 0,639 \tag{15.3}$$

(1.13) alapján a térfogatarány:

$$\frac{V_{üa}}{V_m} = \frac{N_{üa}}{N_m}\cdot\frac{M_{üa}}{M_m}\cdot\frac{\rho_m}{\rho_{üa}} = 1,084 \tag{15.4}$$

16. feladat - 2008/3.zh/14.

Adott egy négyzetes keresztmetszetű cső (a négyzet oldala 3,5 cm), amiben meleg víz áramlik. A cső közepén egy 2 cm átmérőjű másik cső van, amiben nincs víz. Számítsa ki a cső és a víz közötti hőátadási tényezőt, ha $\lambda = 0{,}61$ W/mK, Nu = 113,12.
Megoldás: A Nusselt-szám és a hőátadási tényező között az alábbi összefüggés áll fenn:

$$Nu = \frac{\alpha D_h}{\lambda} \tag{16.1}$$

ahol D_h a hidraulikai átmérő:

$$D_h = \frac{4A}{K} = \frac{4\left(a^2 - r^2\pi\right)}{2r\pi} = 5,799\,cm \tag{16.2}$$

$$\alpha = \frac{\lambda Nu}{D_h} = 1189,916\,\frac{W}{m^2K} \tag{16.3}$$

17. feladat - 2008/2.pótzh/15., 2009/2.pótzh/2.

Egy sugárveszélyes munkahelyen valaki tévedésből a köpenyzsebébe tett egy 5 MBq-es ^{60}Co sugárforrást, és 4 órán át ott tartotta. Mekkora dózist kapott ezalatt, ha feltesszük, hogy a teste felé irányuló γ-fotonok közül az átlagosan 1250 keV energiájú gammasugarak energiájának 30%-a nyelődött el a testszövetben? A β-sugarakat a személy ruhája teljesen elnyelte. A gamma-fotonok együttes gyakorisága 200%. Tételezzük fel, hogy a sugárzás azonos valószínűséggel érte a személy mindegyik szervét! A személy testének tömege 70 kg. 1 eV=$1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J. A ^{60}Co felezési ideje 5,27 év, ezért a besugárzás alatti aktivitás-csökkenést elhanyagoljuk. Hasonlítsa össze számítását azzal a becsléssel, mely szerint a besugárzás egy pontszerű forrásból, 10 cm távolságból érkezett, és a ^{60}Co-forrás dózisállandója $305\,\frac{\mu Sv/h}{GBq/m^2}$.
Megoldás: A belső sugárterhelés számítására használjuk fel a (4.1) egyenletet:

$$u_S = A \cdot t = 7,2 \cdot 10^{10} \tag{17.1}$$

$$\sum_R w_R E_R f_R Q_R = 1,2 \cdot 10^{-13}\,Sv\,kg \tag{17.2}$$

Mivel egész test dózisról van szó, az egyenérték és effektív dózis azonos:

$$H_T = H_E = 123,429\,\mu Sv \tag{17.3}$$

A másik becslés eredménye: a dózisteljesítmény:

$$\dot{D} = \frac{k_\gamma A}{r^2} = 152,5\,\frac{\mu Sv}{h} \tag{17.4}$$

Az effektív (egyúttal egyenérték) dózis:

$$H_T = H_E = \dot{D} \cdot t = 610,000\,\mu Sv \tag{17.5}$$

18. feladat - 2009/1.zh/2.2.

Adott egy plutónium-víz (H_2O) homogén üzemanyagkeverék, melynek 20 V/V%-a üzemanyag. Milyen magasra lehet feltölteni egy tartályt, hogy a $k_{eff} \leq 0{,}95$ legyen, akkor ha

(a) a tartály R=60 cm sugarú henger?

(b) a tartály 80x100 cm alapú hasáb?

Adatok: a plutónium összetétele: 55% ^{239}Pu, 45% ^{240}Pu; mikroszkópikus hatáskeresztmetszetek: $\sigma_{H,a} = 0{,}332$ b, $\sigma_{O,a} = 0{,}0027$ b, $\sigma_{49,a} = 1011$ b, $\sigma_{40,a} = 289$ b, $\sigma_{49,f} = 742$ b; hasadásonként átlagosan $\nu = 2{,}87$ neutron keletkezik; a Fermi-kor: $\tau = 33$ cm^2; a diffúziós hossz négyzete: $L^2 = 7{,}4$ cm^2; $\alpha_1 = 2{,}405$; $\epsilon p = 0{,}7663$; $\rho_{Pu} = 19{,}8$ g/cm^3, $M_{Pu} = 239{,}5$ g/mol, $M_{víz}$ 18 g/mol.

Megoldás: Induljunk ki a kétcsoport közelítésből, melyben most k_{eff} adott:

$$k_{eff} = \frac{k_\infty e^{-B^2\tau}}{1 + L^2B^2} \tag{18.1}$$

Ebből k_∞ kifejezhető, felhasználva még, hogy $L^2B^2 \ll \tau B^2$:

$$k_\infty = k_{eff} e^{B^2(L^2+\tau)} \tag{18.2}$$

Tudjuk, hogy:

$$k_\infty = \eta f \epsilon p \tag{18.3}$$

amiben a termikus neutronhozam (η) és a termikus hasznosítási tényező (f) könnyen kiszámolható:

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{\nu \Sigma_{\text{üa},f}}{\Sigma_{\text{üa},a}} = \frac{\nu N_{49}\sigma_{49,f}}{N_{49}\sigma_{49,a} + N_{40}\sigma_{40,a}} = \frac{\nu\sigma_{49,f}}{\sigma_{49,a} + \frac{N_{40}}{N_{49}}\sigma_{40,a}} = \\ &= \frac{\nu\sigma_{49,f}}{\sigma_{49,a} + \frac{1-d}{d}\sigma_{40,a}} = 1,707 \end{aligned} \tag{18.4}$$

ahol d a dúsítás, ebben az esetben:

$$d = \frac{N_{49}}{N_{49} + N_{40}} = 0,55 \tag{18.5}$$

$$\begin{aligned} f &= \frac{\Sigma_{üa,a}}{\Sigma_{üa,a} + \Sigma_{m,a}} = \frac{N_{49}\sigma_{49,a} + N_{40}\sigma_{40,a}}{N_{49}\sigma_{49,a} + N_{40}\sigma_{40,a} + N_m\sigma_v} = \\ &= \frac{\sigma_{49,a} + \frac{N_{40}}{N_{49}}\sigma_{40,a}}{\sigma_{49,a} + \frac{N_{40}}{N_{49}}\sigma_{40,a} + \frac{N_m}{N_{49}}\sigma_v} = \\ &= \frac{\sigma_{49,a} + \frac{1-d}{d}\sigma_{40,a}}{\sigma_{49,a} + \frac{1-d}{d}\sigma_{40,a} + \frac{N_m}{N_{49}}(2\sigma_{H,a} + \sigma_{O,a})} \end{aligned} \tag{18.6}$$

A magarányt a sűrűségből és a térfogatarányból tudjuk meghatározni:

$$\frac{N_m}{N_{49}} = \frac{N_m}{d \cdot N_{Pu}} = \frac{\frac{m_m}{M_m} N_A \frac{1}{V}}{d \cdot \frac{m_{Pu}}{M_{Pu}} N_A \frac{1}{V}} = \frac{\rho_m V_m M_{Pu}}{d \cdot \rho_{Pu} V_{Pu} M_m} = 4,887 \tag{18.7}$$

Ezzel a termikus hasznosítási tényező:

$$f = 0,997 \tag{18.8}$$

A végtelen sokszorozási tényező:

$$k_\infty = 1,304 \tag{18.9}$$

A görbületi paraméter (18.2)-ből meghatározható:

$$B^2 = \frac{1}{L^2 + \tau} \, ln \, \frac{k_\infty}{k_{eff}} = 7,840 \cdot 10^{-3} \, \frac{1}{cm^2} \tag{18.10}$$

Tudjuk, hogy:

$$B^2_{l,n}(henger) = \left(\frac{l\pi}{H}\right)^2 + \left(\frac{\alpha_n}{R}\right)^2 \tag{18.11}$$

$$B^2_{l,m,n}(hasáb) = \left(\frac{l\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{c}\right)^2 \tag{18.12}$$

Az alapmódusokat l=m=n=1 helyettesítéssel kapjuk, így a megfelelő dimenziók kiszámíthatóak. A henger maximális megengedhető magassága:

$$H = \frac{\pi}{\sqrt{B^2_{1,1} - \left(\frac{\alpha_1}{R}\right)^2}} = 39,791 \, cm \tag{18.13}$$

A hasáb maximális megengedhető magassága:

$$c = \frac{\pi}{\sqrt{B^2_{1,1,1} - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{b}\right)^2}} = 43,109 \, cm \tag{18.14}$$

19. feladat - 2010/1.pótpótzh/2.1.

Atombombát szeretnénk gyártani tiszta ^{235}U felhasználásával. Mekkora a sugara egy tiszta ^{235}U gömbnek, ha a k_{eff} = 1,08-at szeretnénk elérni? Adatok: $\sigma_{25,f}$ = 1,3 barn, $\sigma_{25,s}$ = 4 barn, ν = 2,5, az urán sűrűsége 18,8 g/cm^3. Alkalmazzon egycsoport közelítést. A diffúziós állandót számítsa a következő képlet alapján:

$$D = \frac{1}{3\left(\Sigma_t - \frac{1}{2}\Sigma_s\right)} \tag{19.1}$$

Megoldás: Egycsoport közelítésben a sokszorozási tényező:

$$k_{eff} = k_\infty P_L = \frac{\eta f}{1 + L^2 B^2} \tag{19.2}$$

Ebből a görbületi paraméter:

$$B = \frac{1}{L}\sqrt{\left(\frac{\eta f}{k_{eff}} - 1\right)} \tag{19.3}$$

Másrészről gömb esetén a görbületi paraméter (alapmódus):

$$B^2 = \left(\frac{\pi}{R}\right)^2 \tag{19.4}$$

A neutronhozam:

$$\eta = \frac{\nu\Sigma_f}{\Sigma_{üa,a}} = \frac{\nu N_{25}\sigma_{25,f}}{N_{25}\sigma_{25,a}} = \nu \tag{19.5}$$

mivel jelen esetben $\sigma_c = 0$, azaz $\sigma_a = \sigma_f$. A hasznosítási tényező:

$$f = \frac{\Sigma_{üa,a}}{\Sigma_a} = 1 \tag{19.6}$$

mivel a bomba csak üzemanyagból áll. A diffúziós hossz:

$$\begin{aligned} L &= \sqrt{\frac{D}{\Sigma_a}} = \sqrt{\frac{1}{\Sigma_a \cdot 3\left(\Sigma_t - \frac{1}{2}\Sigma_s\right)}} = \\ &= \sqrt{\frac{1}{3N_{25}\sigma_{25,a}\left[N_{25}\left(\sigma_{25,a} + \sigma_{25,s}\right) - \frac{1}{2}N_{25}\sigma_{25,s}\right]}} = 5,786\,cm \end{aligned} \tag{19.7}$$

(19.3), (19.4) és (19.7) alapján a gömb sugara:

$$R = \frac{\pi L}{\sqrt{\frac{\nu}{k_{eff}} - 1}} = 15,852\,cm \tag{19.8}$$

20. feladat - 2010/1.pótzh/2.1.

Egy atomerőműben a hely optimális kihasználása érdekében hasáb alakú reaktort szeretnénk építeni, melynek az alapja 0,6 m x 0,6 , a magassága 1,37 m. Milyen üzemanyag-nehézvíz (V_m/V_U = ?) keveréket tartalmazó üzemanyagot használjunk fel, hogy kritikus reaktorunk legyen (egycsoport közelítésben), ha 0,59% dúsítású urán áll rendelkezésünkre? Mekkora a rendszer kritikus tömege? Adatok: diffúziós hossz: L=1,72 cm; hatáskeresztmetszetek: $\sigma_{H,a}$ = 330 mbarn, $\sigma_{O,a}$ = 0,18 mbarn, $\sigma_{25,f}$ =577 barn, $\sigma_{25,c}$ = 101 barn, $\sigma_{28,a}$ = 2,7 barn; az urán sűrűsége 19,1 g/cm^3; ν = 2,46; a víz sűrűsége 1 g/cm^3; a víz moláris tömege 18 g/mol; az urán moláris tömege 237,9 g/mol.
Megoldás: Hasáb alakú reaktor esetén a görbületi paraméter:

$$B^2_{l,m,n} = \left(\frac{l\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{c}\right)^2 \tag{20.1}$$

Az alapmódusra (l=m=n=1):

$$B^2_{1,1,1} = \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{c}\right)^2 = 60,090\,\frac{1}{m^2} \tag{20.2}$$

A neutronhozam:

$$\begin{aligned}\eta &= \frac{\nu\Sigma_{\text{üa},f}}{\Sigma_{\text{üa},a}} = \frac{\nu N_{25}\sigma_{25,f}}{N_{25}\sigma_{25,a} + N_{28}\sigma_{28,a}} = \frac{\nu\sigma_{25,f}}{\sigma_{25,a} + \frac{N_{28}}{N_{25}}\sigma_{28,a}} = \\ &= \frac{\nu\sigma_{25,f}}{\sigma_{25,a} + \frac{1-d}{d}\sigma_{28,a}} = 1,253\end{aligned} \tag{20.3}$$

A (19.2) egycsoport kritikussági egyenletből a hasznosítási tényező kifejezhető:

$$f = \frac{1 + L^2B^2}{\eta} = 0,812 \tag{20.4}$$

A hasznosítási tényező máshogy is kifejezhető:

$$\begin{aligned}f &= \frac{\Sigma_{\text{üa},a}}{\Sigma_{\text{üa},a} + \Sigma_{m,a}} = \frac{N_{25}\sigma_{25} + N_{28}\sigma_{28,a}}{N_{25}\sigma_{25} + N_{28}\sigma_{28,a} + N_m\sigma_v} = \\ &= \frac{\sigma_{25} + \frac{N_{28}}{N_{25}}\sigma_{28,a}}{\sigma_{25} + \frac{N_{28}}{N_{25}}\sigma_{28,a} + \frac{N_m}{N_{25}}\sigma_v}\end{aligned} \tag{20.5}$$

Ebből a moderátor-^{235}U magarány:

$$\frac{N_m}{N_{25}} = \frac{(1-f)\left[\sigma_{25,a} + \frac{1-d}{d}\sigma_{28,a}\right]}{f\left(\sigma_{H,a} + \sigma_{O,a}\right)} = 397,321 \tag{20.6}$$

Ez utóbbi máshogy is kifejezhető:

$$\frac{N_m}{N_{25}} = \frac{N_m}{d \cdot N_U} = \frac{\frac{m_m}{M_m} N_A \frac{1}{V}}{d \cdot \frac{m_U}{M_U} N_A \frac{1}{V}} = \frac{\rho_m V_m M_U}{d \cdot \rho_U V_U M_m} \tag{20.7}$$

A moderátor-üzemanyag térfogatarány:

$$\frac{V_m}{V_U} = d \cdot \frac{M_m}{M_U} \cdot \frac{\rho_U}{\rho_m} \cdot \frac{N_m}{N_{25}} = 3,388 \tag{20.8}$$

21. feladat - 2009/3.zh/2.

Egy PWR reaktor átlagos üzemanyagpálcájában a legmagasabb üzemanyaghőmérséklet T_{max} = 834,5°C, a hűtőközeg hőmérséklete T_m = 285°C. Mekkora a reaktor teljesítménye, és mekkora az üzemanyagpasztilla felületi hőmérséklete? Mekkora a pasztillában felszabaduló térfogati teljesítménysűrűség? Adatok: A reaktor n_k = 349 kazettából áll, egy kazetta n_p = 126 pálcát tartalmaz. A pálcák aktív hossza L = 244 cm. A fűtőanyagpasztillák furatot nem tartalmaznak, külső átmérőjük D_{fo} 7,54 mm, a burkolat belső átmérője D_{ci} = 7,72 mm, külső átmérője D_{co} = 9,10 mm. A burkolat és a víz közötti hőátadási tényező α = 19,5 kW/m^{2}K. Az üzemanyag hővezetési tényezője függetlennek tekinthető a hőmérséklettől, értéke λ_f = 3,1 W/mK, a burkolat hővezetési tényezője λ_c 18,7 W/mK. A gázrés hőátadását közelítsük a gáz hővezetésével, annak hővezetési tényezője λ_g = 0,32 W/mK. A teljesítménysűrűség és a hőmérsékletek axiális függésétől tekintsünk el.
Megoldás: A feladat értelmében:

$$\dot{q}' = \text{állandó, azaz független a magasságtól} \tag{21.1}$$

Az 8. és a rákövetkező oldalon részletezett levezetések alapján:

$$T_{max} - T_m = \dot{q}' \left(\frac{1}{4\pi\lambda_f} + \frac{1}{2\pi\lambda_g} ln \frac{R_{ci}}{R_{fo}} + \frac{1}{2\pi\lambda_c} ln \frac{R_{co}}{R_{ci}} + \frac{1}{2\pi R_{co}\alpha} \right) \tag{21.2}$$

A lineáris teljesítménysűrűség:

$$\dot{q}' = \frac{P}{n_k n_p L} \tag{21.3}$$

Ebből a reaktor teljesítmény:

$$P = \dot{q}' n_k n_p L = \frac{(T_{max} - T_m)\, n_k n_p L}{\frac{1}{4\pi\lambda_f} + \frac{1}{2\pi\lambda_g} ln\, \frac{R_{ci}}{R_{fo}} + \frac{1}{2\pi\lambda_c} ln\, \frac{R_{co}}{R_{ci}} + \frac{1}{2\pi R_{co}\alpha}} = 1474,092\, MW \tag{21.4}$$

A térfogati teljesítménysűrűség:

$$\dot{q}''' = \frac{P}{n_k n_p L R_{fo}^2 \pi} = 307,685\, \frac{MW}{m^3} \tag{21.5}$$

Az üzemanyagpasztilla felületi hőmérséklete:

$$T_{fo} = T_{max} - \frac{\dot{q}'}{4\pi\lambda_f} = T_{max} - \frac{\dot{q}''' R_{fo}^2 \pi}{4\pi\lambda_f} = 481,831°C \tag{21.6}$$

22. feladat - 2009/1.pótzh/2.

Egy reprocesszáló üzemben plutónium-oldatot szivattyúznak egy hengeres csőben. Legfeljebb mekkora lehet a cső sugara, hogy a benne továbbított folyadék biztosan ne válhasson kritikussá, azaz a sokszorozási tényezője ne haladja meg a k$_{eff}$ = 0,95-öt? Adatok: a plutónium összetétele magarányban kifejezve 70% ^{239}Pu és 30% ^{240}Pu (megjegyzés: plutóniumot tartalmazó MOX üzemanyag tipikus Pu-összetétele a következő: 1,5% ^{238}Pu, 60,1% ^{239}Pu, 24,5% ^{240}Pu, 8,8% ^{241}Pu, 5,0% ^{242}Pu); a keverékre vonatkozó diffúziós állandó D = 0,142 cm; a termikus neutronok Fermi-kora 33 cm^2; a plutónium sűrűsége 19,8 g/cm^3; a víz sűrűsége 1 g/cm^3; a plutónium moláris tömege 239,5 g/mol, a vízé 18 g/mol; az oldatban a plutónium térfogataránya a teljes térfogat 20%-a; ϵp = 0,6626; hatáskeresztmetszetek: $\sigma_{H,a}$ = 0,332 barn, $\sigma_{O,a}$ = 0,0027 barn, $\sigma_{49,a}$ = 1011 barn, $\sigma_{40,a}$ = 289 barn, $\sigma_{49,f}$ = 742 barn; hasadásonként átlagosan 2,87 neutron keletkezik; α_1 = 2,405.

Megoldás: Hengeres elrendezésben a görbületi paraméter (alapmódus):

$$B^2 = \left(\frac{\pi}{H}\right)^2 + \left(\frac{\alpha_1}{R}\right)^2 \tag{22.1}$$

Ebből a cső sugara:

$$R = \frac{\alpha_1}{\sqrt{B^2 - \left(\frac{\pi}{H}\right)^2}} \tag{22.2}$$

Ebből a képletből látszik (illetve elméleti megfontolások alapján is belátható), hogy a sugár maximális megengedhető értékét akkor kapjuk meg, ha H=∞, azaz:

$$R = \frac{\alpha_1}{\sqrt{B^2}} \tag{22.3}$$

A kritikussági egyenletből meghatározható B^2, ehhez viszont előbb a diffúziós hosszat kell kiszámolni:

$$\begin{aligned}
L^2 &= \frac{D}{\Sigma_a} = \frac{D}{N_{49}\sigma_{49,a} + N_{40}\sigma_{40,a} + N_v\sigma_v} = \\
&= \frac{D}{dN_{Pu}\sigma_{49,a} + (1-d)N_{Pu}\sigma_{40,a} + N_v\sigma_v} = \\
&= \frac{D}{d\frac{m_{Pu}}{M_{Pu}}N_A\frac{1}{V}\sigma_{49,a} + (1-d)\frac{m_{Pu}}{M_{Pu}}N_A\frac{1}{V}\sigma_{40,a} + \frac{m_v}{M_v}N_A\frac{1}{V}\sigma_v} = \\
&= \frac{D}{d\frac{\rho_{Pu}V_{Pu}}{M_{Pu}}N_A\frac{1}{V}\sigma_{49,a} + (1-d)\frac{\rho_{Pu}V_{Pu}}{M_{Pu}}N_A\frac{1}{V}\sigma_{40,a} + \frac{\rho_v V_v}{M_v}N_A\frac{1}{V}\sigma_v} = \\
&= 1,798 \cdot 10^{-2}\, cm^2
\end{aligned} \tag{22.4}$$

Tehát L^{2}B^2 $\ll$ τB^2, azaz:

$$k_{eff} = k_\infty e^{-B^2\left(\tau + L^2\right)} \tag{22.5}$$

Ebből a görbületi paraméter négyzete:

$$B^2 = \frac{1}{\tau + L^2}\, ln\, \frac{k_\infty}{k_{eff}} \tag{22.6}$$

A végtelen sokszorozási tényező meghatározásához szükség van a termikus neutronhozamra és a termikus hasznosítási tényezőre:

$$\begin{aligned}
\eta &= \frac{\nu\Sigma_f}{\Sigma_{\text{üa},a}} = \frac{\nu N_{49}\sigma_{49,f}}{N_{49}\sigma_{49,a} + N_{40}\sigma_{40,a}} = \frac{\nu\sigma_{49,f}}{\sigma_{49,a} + \frac{N_{40}}{N_{49}}\sigma_{40,a}} = \\
&= \frac{\nu\sigma_{49,f}}{\sigma_{49,a} + \frac{1-d}{d}\sigma_{40,a}} = 1,876
\end{aligned} \tag{22.7}$$

ahol

$$d = \frac{N_{49}}{N_{49} + N_{40}} = 0,7 \tag{22.8}$$

$$f = \frac{\Sigma_{\text{üa},a}}{\Sigma_{\text{üa},a} + \Sigma_{v,a}} = \frac{\sigma_{49,a} + \frac{1-d}{d}\sigma_{40,a}}{\sigma_{49,a} + \frac{1-d}{d}\sigma_{40,a} + \frac{N_v}{N_{49}}\sigma_{v,a}} = 0,998 \tag{22.9}$$

mivel

$$\frac{N_v}{N_{49}} = \frac{N_v}{d \cdot N_{Pu}} = \frac{\frac{m_v}{M_v} N_A \frac{1}{V}}{d \cdot \frac{m_{Pu}}{M_{Pu}} N_A \frac{1}{V}} = \frac{\frac{\rho_v V_v}{M_v}}{d \cdot \frac{\rho_{Pu} V_{Pu}}{M_{Pu}}} = \frac{\rho_v V_v M_{Pu}}{d \cdot \rho_{Pu} V_{Pu} M_v} =$$

$$= \frac{1}{d} \cdot \frac{\rho_v}{\rho_{Pu}} \cdot \frac{1-v}{v} \cdot \frac{M_{Pu}}{M_v} = 3,840 \quad (22.10)$$

ahol

$$v = \frac{V_{Pu}}{V} = \frac{V_{Pu}}{V_{Pu} + V_v} = \frac{1}{1 + \frac{V_v}{V_{Pu}}} = 0,2 \quad (22.11)$$

Ezzel a végtelen sokszorozási tényező:

$$k_\infty = \eta f \epsilon p = 1,241 \quad (22.12)$$

A cső maximális megengedhető sugara pedig:

$$R = \frac{\alpha_1}{\sqrt{B^2}} = \alpha_1 \sqrt{\frac{\tau + L^2}{ln \frac{k_\infty}{k_{eff}}}} = 26,734\, cm \quad (22.13)$$

23. feladat - 2011/2.pótpótzh/1.

Egy növénysterilizáló állomás tervezésénél figyelembe kell venni, hogy a forrás tervezett helyétől 27 m távolságra (a védőfal belső felületének távolsága) játszótér van. Az alkalmazott sugárforrás ^{60}Co izotóp, a testszövetre vonatkozó dózisállandó 277 (μSv/h)/(GBq/m^2). Az épület oldalfala technikai okok miatt maximálisan 35 cm vastagságú lehet. A beton sűrűsége 2700 kg/m^3, tömegabszorpciós együtthatója a ^{60}Co átlagos energiájára $4{\times}10^{-3}\, m^2$/kg. Tapasztalat szerint a build-up tényező az ilyen létesítményeknél alkalmazott vastagságú védőbetonra 1,4 lesz. Maximálisan mekkora aktivitású izotópot alkalmazhatnak az üzemben, ha az állomásra a hatóság 30 μSv éves dózismegszorítást és 3-szoros biztonságot állapított meg? A forgatókönyvben azt tételezték fel, hogy a játszóteret egy gyerek az év 10 hónapjában hetente 5 napon keresztül napi 4 órában használja.
Megoldás: Használva a 1. ábra jelöléseit:

$$\dot{D}_0 = k_\gamma \frac{A}{r^2} \quad (23.1)$$

$$DC = \dot{D}_0 \cdot e^{-\frac{\mu}{\rho}\rho \cdot x} \cdot B \quad (23.2)$$

ahol

$$\frac{\mu}{\rho} = 4 \cdot 10^{-3} \frac{m^2}{kg} \tag{23.3}$$

A gyerekekre vonatkozó dózismegszorítás számolásánál figyelembe kell venni, hogy nem egész évben tartózkodnak a játszótéren:

$$DC = \frac{30 \frac{\mu Sv}{év}}{10 \frac{hónap}{év} \cdot 4,333 \frac{hét}{hónap} \cdot 5 \frac{nap}{hét} \cdot 4 \frac{óra}{nap}} = 3,462 \cdot 10^{-2} \frac{\mu Sv}{h} \tag{23.4}$$

Összevonva a fenti egyenleteket az aktivitás meghatározható:

$$A = \frac{DC}{\frac{k_\gamma}{r^2} B e^{-\frac{\mu}{\rho}\rho x}} = 2,852 \, GBq \tag{23.5}$$

ahol x helyére a maximális falvastagságot kell beírni. A 3-szoros biztonság azt jelenti, hogy úgy kell tervezni, mintha a valóságban használt forrás 3-szor akkora aktivitású lenne, tehát a maximálisan megengedhető izotóp-aktivitás:

$$A(\max) = \frac{A}{3} = 0,951 \, GBq \tag{23.6}$$

24. feladat - 2011/3.zh/1.

Egy PWR reaktorban 231 kazetta van, kazettánként 137 pálcával töltve. A zóna magassága 3,42 m, az extrapolált hosszal kiegészített magasság 4,137 m, egy pálca külső átmérője (burkolat külső átmérője) 10 mm, a burkolat belső átmérője 9,0 mm, a tömör üzemanyag-pasztilla külső átmérője 8,4 mm. Az axiális irányú lineáris teljesítmény-eloszlást koszinusz függvény írja le, amelynek amplitúdója $\dot{q}_0'$=12,457 kW/m (átlagos pálcára). A zónán átfolyó teljes tömegáram 13,7 t/s, a víz fajhője c_p=5,13 kJ/kgK, a zónába beáramló moderátor hőmérséklete 273°C. Mekkora a zóna teljesítménye? Mekkora és hol van az átlagos pálcára vonatkozó burkolat külső felének maximális hőmérséklete, ha a burkolat és a moderátor közötti hőátadási tényező 24 kW/m^{2}K ? Mennyit melegedik a zónán átfolyó víz? Ha a tömegáram 10%-kal csökken, akkor hány %-kal változik a burkolat maximális külső hőmérséklete és a maximum helye?
Megoldás: Az egy pálcára vonatkozó tömegáram:

$$\dot{m}_p = \frac{\dot{m}}{n_k n_p} = 0,433 \frac{kg}{s} \tag{24.1}$$

Írjuk fel egy pálcára az energiamegmaradás egyenletét (lásd (8.2) és 2. ábra):

$$\begin{aligned} \dot{m}_p c \left(T_{ki} - T_{be}\right) &= \int_{-L/2}^{L/2} \dot{q}' \, dz = \int_{-L/2}^{L/2} \dot{q}'_0 \, cos \, \frac{\pi z}{L_e} \, dz \\ &= \frac{\dot{q}'_0 L_e}{\pi} \left[sin \, \frac{\pi z}{L_e} \right]_{-L/2}^{L/2} = \frac{2\dot{q}'_0 L_e}{\pi} \, sin \, \frac{\pi L}{2L_e} \end{aligned} \tag{24.2}$$

Ebből a kilépő hőmérséklet:

$$T_{ki} = T_{be} + \frac{2\dot{q}'_0 L_e}{\pi \dot{m}_p c} \, sin \, \frac{\pi L}{2L_e} = 287,226°C \tag{24.3}$$

A hűtőközeg felmelegedése:

$$\Delta T = T_{ki} - T_{be} = \frac{2\dot{q}'_0 L_e}{\pi \dot{m}_p c} \, sin \, \frac{\pi L}{2L_e} = 14,226°C \tag{24.4}$$

A reaktor teljesítménye:

$$P = \dot{m} c \Delta T = 999,818 \, MW \tag{24.5}$$

(8.10) alapján:

$$z_{max} = \frac{L_e}{\pi} \, arctg \, \frac{2R_{co} L_e \alpha}{\dot{m}_p c} = 0,554 \, m \tag{24.6}$$

(8.8) alapján:

$$\begin{aligned} T_{co,max} &= T_{be} + \frac{\dot{q}'_0 L_e}{\dot{m}_p c \pi} \left(sin \, \frac{\pi z_{max}}{L_e} + sin \, \frac{\pi L}{2L_e} \right) + \frac{\dot{q}'_0}{2R_{co} \pi \alpha} \, cos \, \frac{\pi z_{max}}{L_e} = \\ &= 289,210°C \end{aligned} \tag{24.7}$$

A fenti egyenletek alapján egyértelmű, hogy ha 10%-kal csökkentjük a tömegáramot, akkor mind a maximum helye és értéke változik, mégpedig:

$$z_{max}(-10\%) = 0,607 \, m \tag{24.8}$$

$$T_{co,max}(-10\%) = 299,35°C \tag{24.9}$$

25. feladat - 2011/3.zh/2.

Egy 1500 MW-os BWR reaktorban 242 kazetta és kazettánként 201 pálca van. Egy pálca külső átmérője (burkolat külső átmérője) 10 mm, a

burkolat belső átmérője 9,0 mm, a tömör üzemanyag-pasztilla külső átmérője 8,4 mm, az aktív hossz 3,5 m. Mekkora a térfogati teljesítménysűrűség és a burkolat külső felületén a hőáram-sűrűség? Számolja ki az üzemanyag (UO_2) maximális hőmérsékletét egy átlagos pálca esetén, ha a moderátor hőmérséklete 311°C és a UO_2 hővezetését a Lyon-összefüggés határozza meg! A Lyon-összefüggés alkalmazásakor elegendő a kiadott táblázat azon sorainak használata, melyek a legközelebb esnek a számított értékekhez. Adatok: gázrés hővezetési tényezője 0,277 W/mK, a burkolat hővezetési tényezője 18,09 W/mK, a moderátor és burkolat közti hőátadási tényező 26,1 kW/m^{2}K. A gázrésben csak a hőátadással kell számolni!
Megoldás: Az üzemanyagra vonatkozó térfogati teljesítménysűrűség:

$$\dot{q}''' = \frac{P}{n_k n_p \frac{D_{fo}^2 \pi}{4} H} = 158,988\,\frac{MW}{m^3} \tag{25.1}$$

A burkolat külső felületén a hőáramsűrűség:

$$\dot{q}''_{co} = \frac{\dot{q}''' \frac{D_{fo}^2 \pi}{4} H}{D_{co} \pi H} = \frac{\dot{q}''' D_{fo}^2}{4 D_{co}} = 280,455\,\frac{kW}{m^2} \tag{25.2}$$

A lineáris teljesítménysűrűség:

$$\dot{q}' = \dot{q}''' \frac{D_{fo}^2 \pi}{4} = 8,811\,\frac{kW}{m} \tag{25.3}$$

A (5.3), (5.8) és (5.9) egyenletek alapján:

$$T_{fo} = T_m + \dot{q}' \left(\frac{1}{2\pi\lambda_g} ln \frac{R_{ci}}{R_{fo}} + \frac{1}{2\pi\lambda_c} ln \frac{R_{co}}{R_{ci}} + \frac{1}{\pi D_{co} \alpha} \right) = 681,190°C \tag{25.4}$$

(5.18) alapján:

$$\int_{T_{fo}}^{T_{max}} \lambda(T) dT = \frac{\dot{q}'}{4\pi} = 701,157\,\frac{W}{m} \tag{25.5}$$

$$\int_0^{T_{max}} \lambda(T) dT - \int_0^{T_{fo}} \lambda(T) dT = 701,157\,\frac{W}{m} \tag{25.6}$$

A következő oldalon található táblázat alapján:

$$\begin{aligned} \int_0^{T_{fo}} \lambda(T) dT &= 3796,3543\,\frac{W}{m} + \\ &+ \frac{3832,0596 - 3796,3543}{10} \cdot (681,190 - 680)\,\frac{W}{m} = \\ &= 3800,603\,\frac{W}{m} \end{aligned} \tag{25.7}$$

$$\int_0^{T_{max}} \lambda(T)dT = 4501,760\,\frac{W}{m} \tag{25.8}$$

Szintén a táblázat alapján:

$$4489,8110 + \frac{4520,2616 - 4489,8110}{10} \cdot (T_{max} - 890) = 4501,760 \tag{25.9}$$

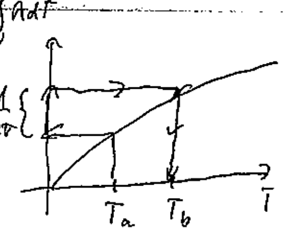
$$T_{max} = 893,924°C \tag{25.10}$$

…nyező
…ak
…se
…gadva

Integral [W/m]
3760,3393
3796,3543
3832,0596
3867,4614
3902,5660
3937,3794
3971,9072
4006,1554
4040,1294
4073,8346
4107,2765

T [°C]	Lambda [W/mK]	Integral [W/m]	T [°C]	Lambda [W/mK]	Integral [W/m]	T [°C]	Lambda [W/mK]	Integral [W/m]
0	9,5042	0,0000	670	3,8172	3760,3393	1340	2,4517	5707,9263
10	9,2739	93,8814	680	3,5859	3796,3543	1350	2,4440	5732,4050
20	9,0546	185,5152	690	3,5553	3832,0596	1360	2,4365	5766,8076
30	8,8454	275,0067	700	3,5252	3867,4614	1370	2,4292	5781,1361
40	8,6456	362,4641	710	3,4958	3902,5660	1380	2,4221	5805,3925
50	8,4548	447,9490	720	3,4670	3937,3794	1390	2,4152	5829,5787
60	8,2722	531,5769	730	3,4387	3971,9072	1400	2,4085	5853,6867
70	8,0973	613,4180	740	3,4110	4006,1554	1410	2,4019	5877,7484
80	7,9297	693,5473	750	3,3839	4040,1294	1420	2,3956	5901,7357
90	7,7690	772,0353	760	3,3573	4073,8346	1430	2,3894	5925,6606
100	7,6146	848,9482	770	3,3312	4107,2765	1440	2,3835	5949,5249
110	7,4664	924,3483	780	3,3056	4140,4601	1450	2,3777	5973,3305
120	7,3238	998,2944	790	3,2806	4173,3906	1460	2,3721	5997,0791
130	7,1866	1070,8418	800	3,2560	4206,0729	1470	2,3667	6020,7727
140	7,0545	1142,0429	810	3,2319	4238,5118	1480	2,3614	6044,4131
150	6,9272	1211,9471	820	3,2083	4270,7121	1490	2,3564	6068,0020
160	6,8044	1280,6012	830	3,1851	4302,6785	1500	2,3515	6091,5413
170	6,6860	1348,0496	840	3,1624	4334,4154	1510	2,3468	6115,0326
180	6,5716	1414,3342	850	3,1401	4365,9273	1520	2,3423	6138,4775
190	6,4612	1479,4951	860	3,1182	4397,2186	1530	2,3379	6161,8787
200	6,3544	1543,5701	870	3,0968	4428,2936	1540	2,3337	6185,2368
210	6,2512	1606,5953	880	3,0758	4459,1563	1550	2,3297	6208,5541
220	6,1513	1668,6050	890	3,0552	4489,8110	1560	2,3259	6231,8320
230	6,0546	1729,6319	900	3,0350	4520,2616	1570	2,3222	6255,0724
240	5,9609	1789,7072	910	3,0152	4550,5120	1580	2,3187	6278,2770
250	5,8702	1848,8605	920	2,9957	4580,5660	1590	2,3154	6301,4473
260	5,7822	1907,1204	930	2,9767	4610,4276	1600	2,3122	6324,5850
270	5,6969	1964,5138	940	2,9580	4640,1004	1610	2,3092	6347,6919
280	5,6141	2021,0668	950	2,9396	4669,5880	1620	2,3064	6370,7695
290	5,5338	2076,8041	960	2,9216	4698,8940	1630	2,3037	6393,8195
300	5,4557	2131,7495	970	2,9040	4728,0219	1640	2,3011	6416,8434
310	5,3799	2185,9259	980	2,8867	4756,9751	1650	2,2988	6439,8429
320	5,3062	2239,3549	990	2,8697	4785,7571	1660	2,2966	6462,8196
330	5,2346	2292,0575	1000	2,8531	4814,3712	1670	2,2945	6485,7750
340	5,1650	2344,0538	1010	2,8368	4842,8206	1680	2,2926	6508,7106
350	5,0972	2395,3632	1020	2,8208	4871,1086	1690	2,2909	6531,6285
360	5,0313	2446,0042	1030	2,8052	4899,2383	1700	2,2893	6554,5297
370	4,9671	2495,9946	1040	2,7898	4927,2128	1710	2,2879	6577,4159
380	4,9046	2545,3516	1050	2,7747	4955,0352	1720	2,2867	6600,2886
390	4,8437	2594,0916	1060	2,7600	4982,7085	1730	2,2855	6623,1495
400	4,7844	2642,2307	1070	2,7455	5010,2356	1740	2,2846	6645,9898
410	4,7266	2689,7842	1080	2,7313	5037,6195	1750	2,2838	6668,8416
420	4,6702	2736,7667	1090	2,7174	5064,8629	1760	2,2831	6691,6759
430	4,6152	2783,1927	1100	2,7038	5091,9689	1770	2,2826	6714,5043
440	4,5616	2829,0758	1110	2,6905	5118,9400	1780	2,2822	6737,3285
450	4,5093	2874,4283	1120	2,6774	5145,7792	1790	2,2820	6760,1496
460	4,4583	2919,2861	1130	2,6646	5172,4890	1800	2,2820	6782,9686
470	4,4084	2963,5986	1140	2,6521	5199,0721	1810	2,2821	6805,7899
480	4,3598	3007,4388	1150	2,6398	5225,5311	1820	2,2823	6828,6116
490	4,3123	3050,7982	1160	2,6278	5251,8687	1830	2,2827	6851,4363
500	4,2659	3093,6881	1170	2,6160	5278,0874	1840	2,2832	6874,2657
510	4,2206	3136,1194	1180	2,6045	5304,1897	1850	2,2839	6897,1010
520	4,1763	3178,1026	1190	2,5932	5330,1780	1860	2,2847	6919,9438
530	4,1330	3219,6478	1200	2,5822	5356,0549	1870	2,2857	6942,7956
540	4,0906	3260,7651	1210	2,5714	5381,8227	1880	2,2868	6965,6575
550	4,0493	3301,4638	1220	2,5609	5407,4839	1890	2,2880	6988,5313
560	4,0088	3341,7534	1230	2,5505	5433,0407	1900	2,2894	7011,4183
570	3,9692	3381,6429	1240	2,5405	5458,4956	1910	2,2909	7034,3199
580	3,9305	3421,1410	1250	2,5306	5483,8507	1920	2,2926	7057,2376
590	3,8927	3460,2582	1260	2,5210	5509,1084	1930	2,2944	7080,1720
600	3,8556	3498,9969	1270	2,5116	5534,2709	1940	2,2964	7103,1268
610	3,8193	3537,3709	1280	2,5024	5559,3405	1950	2,2985	7126,1012
620	3,7838	3575,3861	1290	2,4934	5584,3193	1960	2,3007	7149,0973
630	3,7491	3613,0502	1300	2,4847	5609,2094	1970	2,3031	7172,1165
640	3,7151	3650,3704	1310	2,4761	5634,0131	1980	2,3056	7195,1602
650	3,6818	3687,3541	1320	2,4678	5658,7324	1990	2,3083	7218,2298
[illegible]	[illegible]	[illegible]	1330	2,4597	5683,3695	2000	2,3111	7241,3267

$$\int_{T_a}^{T_b} \lambda\, dT = \underbrace{\int_0^{T_b} \lambda\, dT - \int_0^{T_a} \lambda\, dT}_{\text{ezek vannak a táblázatban}} = \dot q' \frac{1}{4\pi}$$



26. feladat - 2011/3.pótzh/1.

Egy BWR reaktorban 262 kazetta és kazettánként 237 pálca van, a zóna aktív hossza 3,73 m. Egy pálca külső átmérője (burkolat külső átmérője) 10 mm, a burkolat belső átmérője 9,0 mm, a tömör üzemanyag-pasztilla külső átmérője 8,4 mm. Mekkora a térfogati teljesítménysűrűség és a reaktor teljesítménye, ha a burkolat külső felületén a hőáram-sűrűség 137 kW/m^2? Számolja ki az üzemanyag (UO_2) maximális hőmérsékletét, a burkolat külső és belső felületének hőmérsékletét egy átlagos pálca esetén, ha a moderátor hőmérséklete 311°C és a UO_2 hővezetési tényezője konstans 3,1 W/mK! Adatok: gázrés hővezetési tényezője 0,277 W/mK, a burkolat hővezetési tényezője 18,09 W/mK, a moderátor és burkolat közti hőátadási tényező 26,1 W/m^2. A gázrésben csak a hőátadással kell számolni!
Megoldás: Az üzemanyagra vonatkozó térfogati teljesítménysűrűség:

$$\dot{q}''' = \frac{P}{n_k n_p \frac{D_{fo}^2 \pi}{4} H} \tag{26.1}$$

A burkolat külső felületén a hőáramsűrűség:

$$\dot{q}''_{co} = \frac{\dot{q}''' \frac{D_{fo}^2 \pi}{4} H}{D_{co} \pi H} \tag{26.2}$$

A két egyenlet alapján:

$$\dot{q}''' = \frac{4 \dot{q}''_{co} D_{co}}{D_{fo}^2} = 77,664 \, \frac{MW}{m^3} \tag{26.3}$$

A reaktor teljesítménye:

$$P = \dot{q}''_{co} n_k n_p D_{co} \pi H = 996,848 \, MW \tag{26.4}$$

A lineáris teljesítménysűrűség:

$$\dot{q}' = \dot{q}''_{co} D_{co} \pi \tag{26.5}$$

A (5.3), (5.8), (5.9) és (5.16) és a fenti egyenletek alapján:

$$T_{co} = T_m + \dot{q}''_{co} D_{co} \pi \left(\frac{1}{\pi D_{co} \alpha} \right) = 316,249°C \tag{26.6}$$

$$T_{ci} = T_m + \dot{q}''_{co} D_{co} \pi \left(\frac{1}{2\pi \lambda_c} \, ln \, \frac{R_{co}}{R_{ci}} + \frac{1}{\pi D_{co} \alpha} \right) = 320,239°C \tag{26.7}$$

$$
\begin{aligned}
T_{fo} &= T_m + \dot{q}''_{co} D_{co} \pi \left(\frac{1}{2\pi\lambda_g} ln\, \frac{R_{ci}}{R_{fo}} + \frac{1}{2\pi\lambda_c} ln\, \frac{R_{co}}{R_{ci}} + \frac{1}{\pi D_{co}\alpha} \right) = \\
&= 490,853°C \qquad (26.8)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
T_{max} &= T_m + \dot{q}''_{co} D_{co} \pi \left(\frac{1}{4\pi\lambda_f} + \frac{1}{2\pi\lambda_g} ln\, \frac{R_{ci}}{R_{fo}} + \frac{1}{2\pi\lambda_c} ln\, \frac{R_{co}}{R_{ci}} + \frac{1}{\pi D_{co}\alpha} \right) = \\
&= 601,337°C \qquad (26.9)
\end{aligned}
$$

27. feladat - 2011/3.pótpótzh/1.

Egy 1500 MW teljesítményű, henger alakú PWR reaktorban 231 kazetta van, kazettánként 137 pálcával töltve. A zóna magassága 3,84 m, az extrapolált hosszal kiegészített magasság 4,237 m, egy pálca külső átmérője (burkolat külső átmérője) 10 mm, a burkolat belső átmérője 9,0 mm, a tömör üzemanyag-pasztilla külső átmérője 8,4 mm. Az axiális irányú lineáris teljesítmény-eloszlást koszinusz függvény írja le. A zónán átfolyó teljes tömegáram 14,2 t/s, a víz fajhője c=5,13 kJ/kgK, a zónába beáramló moderátor hőmérséklete 273°C. Mennyit melegedik a zónán átfolyó víz? Mekkora és hol van a legterheltebb pálcára vonatkozó burkolat külső felének maximális hőmérséklete, ha a burkolat és a moderátor közötti hőátadási tényező 24 kW/m^{2}K? Mekkora ez az érték, ha az egyenlőtlenségi tényező 1,4?
Megoldás: A pálcára vonatkozó tömegáram:

$$\dot{m}_p = \frac{\dot{m}}{n_k n_p} = 0,449\, kg/s \qquad (27.1)$$

A lineáris teljesítménysűrűség átlagos értéke:

$$\dot{q}' = \frac{P}{n_k n_p H} \qquad (27.2)$$

Ez másképpen is felírható, kihasználva a cosinusos eloszlást (lásd 16):

$$\dot{q}' H = \int_{-L/2}^{L/2} \dot{q}'_0 \, cos\, \frac{\pi z}{L_e}\, dz = \frac{\dot{q}'_0 L_e}{\pi} \left[sin\, \frac{\pi z}{L_e} \right]_{-L/2}^{L/2} = \frac{2\dot{q}'_0 L_e}{\pi}\, sin\, \frac{\pi L}{2L_e} \qquad (27.3)$$

Ebből az átlagos teljesítményű pálcában kialakuló maximális lineáris teljesítménysűrűség kifejezhető:

$$\dot{q}'_0 = \frac{P\pi}{2n_k n_p L_e} \cdot \frac{1}{sin\, \frac{\pi L}{2L_e}} = 17,764\, \frac{kW}{m} \qquad (27.4)$$

(8.10) alapján a maximális burkolat-hőmérséklet helye:

$$z_{max} = \frac{L_e}{\pi} \, arctg \, \frac{2R_{co}L_e\alpha}{\dot{m}_p c} = 0,561 \, m \tag{27.5}$$

A maximális burkolat-hőmérséklet (8.8) alapján:

$$\begin{aligned} T_{co,max} &= T_{be} + \frac{\dot{q}_0' L_e}{\dot{m}_p c \pi} \left(sin \, \frac{\pi z_{max}}{L_e} + sin \, \frac{\pi L}{2L_e} \right) + \frac{\dot{q}_0'}{2R_{co}\pi\alpha} \, cos \, \frac{\pi z_{max}}{L_e} = \\ &= 273°C + 14,492°C + 21,551°C = 309,043°C \end{aligned} \tag{27.6}$$

Az egyenlőtlenségi tényező jelentése: a maximális teljesítményű pálcában hányszorosa a lineáris teljesítménysűrűség az átlagos pálca értékéhez viszonyítva, azaz:

$$\dot{q}_{0,1.4}' = 1,4 \cdot \dot{q}_0' = 24,870 \, \frac{kW}{m} \tag{27.7}$$

A (**??**) és (**??**) alapján a maximum helye nem, csak az értéke változik:

$$z_{max,1.4} = 0,561 \, m \tag{27.8}$$

$$\begin{aligned} T_{co,max,1.4} &= 273°C + \frac{\dot{q}_{0,1.4}'}{\dot{q}_0'} \cdot (21,551°C + 14,492°C) = \\ &= 273°C + 1,4 \cdot (21,551°C + 14,492°C) = \\ &= 323,460°C \end{aligned} \tag{27.9}$$

28. feladat - 2011/1.pótpótzh/1.

Adottak 10% dúsítású ^{235}U izotópot tartalmazó fém uránból készült 35 cm oldalélű kockák. Mekkora egy kocka k$_{eff}$ értéke? Ha ezekből a kockából egymásra helyezünk 2 darabot, mekkora lesz a k$_{eff}$? Mekkora a maximális k$_{eff}$, amit elérhetünk ilyen kockák egymásra-pakolásából? A számításokhoz az egycsoport diffúziós közelítést alkalmazza! Az egymásra rakott kockákból álló tornyot homogén anyageloszlásúnak feltételezzük. Adatok: diffúziós állandó D=145 cm; hatáskeresztmetszetek: $\sigma_{25}^f = 577$ barn, $\sigma_{25}^c = 101$ barn, $\sigma_{28}^a = 2{,}7$ barn; az urán sűrűsége 19,1 g/cm^3. Hasadásonként átlagosan 2,46 neutron keletkezik.
Megoldás: Az egycsoport közelítés értelmében:

$$k_{eff} = \frac{\eta f}{1 + L^2 B^2} \tag{28.1}$$

$$\eta = \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_{a,\ddot{u}}} = \frac{\nu N_{25}\sigma_{25}^f}{N_{25}\sigma_{25}^a + N_{28}\sigma_{28}^a} = \frac{\nu \sigma_{25}^f}{\sigma_{25}^a + \frac{1-d}{d}\sigma_{28}^a} = 2,021 \tag{28.2}$$

mivel

$$d = \frac{N_{25}}{N_{25} + N_{28}} = \frac{1}{1 + \frac{N_{28}}{N_{25}}} \tag{28.3}$$

$$f = \frac{\Sigma_{a,\ddot{u}}}{\Sigma_a} = 1 \tag{28.4}$$

mivel nincs moderátor. A fenti egyenletekből látszik, hogy η és f geometriától függetlenek. A diffúziós hossz (szintén geometria független a jelen esetben):

$$\begin{aligned} L^2 &= \frac{D}{\Sigma_a} = \frac{D}{N_{25}\sigma_{25}^a + N_{28}\sigma_{28}^a} = \\ &= \frac{D}{\frac{\rho_{\ddot{u}}}{M_{\ddot{u}}} N_A \left(d\sigma_{25}^a + (1-d)\,\sigma_{28}^a\right)} = 42,668\, cm^2 \end{aligned} \tag{28.5}$$

ahol az üzemanyag moláris tömege:

$$M_{\ddot{u}} = dM_{25} + (1-d)\,M_{28} = 237,7\, g/mol \tag{28.6}$$

1 kocka esetén a geometriai görbületi paraméter és a k_{eff}:

$$B^2 = 3 \cdot \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 = 2,417 \cdot 10^{-2} \frac{1}{cm^2} \Rightarrow k_{eff} = 0,995 \tag{28.7}$$

2 kocka esetén a geometriai görbületi paraméter és a k_{eff}:

$$B^2 = 2 \cdot \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{2a}\right)^2 = 1,813 \cdot 10^{-2} \frac{1}{cm^2} \Rightarrow k_{eff} = 1,140 \tag{28.8}$$

A maximális elérhető k_{eff} (nyilvánvalóan végtelen sok kocka egymásra pakolásából):

$$B^2 = 2 \cdot \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{\infty}\right)^2 = 1,611 \cdot 10^{-2} \frac{1}{cm^2} \Rightarrow k_{eff} = 1,198 \tag{28.9}$$

29. feladat - 2011/1.pótpótzh/1.

Mekkora annak a gömb alakú reaktornak az R kritikus sugara, tömege és térfogata, amelyet 3% dúsítású ^{235}U-öt tartalmazó urán és könnyűvíz homogén keverékéből állítunk össze, ha a keverési arány (a) V_u/V_m=1/9, ill.

(b) V_u/V_m=1/10? Adatok: diffúziós állandó L^2=7,4 cm^2; hatáskeresztmetszetek: $\sigma_H^a = 330$ mbarn, $\sigma_O^a = 0{,}18$ mbarn, $\sigma_{25}^f = 577$ barn, $\sigma_{25}^c = 101$ barn, $\sigma_{28}^a = 2{,}7$ barn; az urán sűrűsége 19,1 g/cm^3. Hasadásonként átlagosan 2,46 neutron keletkezik.
Megoldás: τ és ϵp értéke nincs megadva, ezért egycsoport közelítéssel érdemes számolni. Még kihasználjuk, hogy a reaktor kritikus és gömb alakú, azaz:

$$k_{eff} = \frac{\eta f}{1 + L^2 B^2} = \frac{\eta f}{1 + L^2 \left(\frac{\pi}{R}\right)^2} = 1 \tag{29.1}$$

$$\eta = \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_{a,\text{ü}}} = \frac{\nu N_{25} \sigma_{25}^f}{N_{25}\sigma_{25}^a + N_{28}\sigma_{28}^a} = \frac{\nu \sigma_{25}^f}{\sigma_{25}^a + \frac{1-d}{d}\sigma_{28}^a} = 1,855 \tag{29.2}$$

mivel

$$d = \frac{N_{25}}{N_{25} + N_{28}} = \frac{1}{1 + \frac{N_{28}}{N_{25}}} \tag{29.3}$$

Az üzemanyag moláris tömege:

$$M_{\text{ü}} = dM_{25} + (1-d)\, M_{28} = 237,91\, g/mol \tag{29.4}$$

Továbbá:

$$f = \frac{\Sigma_{a,\text{ü}}}{\Sigma_a} = \frac{\sigma_{25}^a + \frac{1-d}{d}\sigma_{28}^a}{\sigma_{25}^a + \frac{1-d}{d}\sigma_{28}^a + \frac{N_m}{N_{25}}\sigma_v^a} \tag{29.5}$$

A víz abszorpciós hatáskeresztmetszete:

$$\sigma_v^a = 2\sigma_H^a + \sigma_O^a = 0,66018\, barn \tag{29.6}$$

A fenti egyenletben szereplő magarány:

$$\frac{N_m}{N_{25}} = \frac{N_m}{dN_u} = \frac{\frac{m_m}{M_m} N_A \frac{1}{V}}{d\frac{m_u}{M_u} N_A \frac{1}{V}} = \frac{\rho_m V_m M_u}{d\rho_u V_u M_m} = \frac{\rho_m M_u}{d\rho_u M_m} \cdot \left(\frac{V_u}{V_m}\right)^{-1} \tag{29.7}$$

Ezzel f értéke:

$$f = \frac{\sigma_{25}^a + \frac{1-d}{d}\sigma_{28}^a}{\sigma_{25}^a + \frac{1-d}{d}\sigma_{28}^a + \frac{\rho_m M_u}{d\rho_u M_m} \cdot \left(\frac{V_u}{V_m}\right)^{-1} \sigma_v^a} \tag{29.8}$$

(29.1) alapján a kritikus gömb sugara:

$$R_{krit} = \frac{\pi L}{\sqrt{\eta f - 1}} \tag{29.9}$$

A kritikus térfogat és tömeg:

$$V_{krit} = \frac{4 R_{krit}^3 \pi}{3} \tag{29.10}$$

$$
\begin{aligned}
m_{krit} &= \rho_u V_u + \rho_m V_m = V\left(\rho_u \frac{V_u}{V} + \rho_m \frac{V_m}{V}\right) = \\
&= \frac{4R_{krit}^3\pi}{3}\left(\rho_u \frac{1}{1+\frac{V_m}{V_u}} + \rho_m \frac{1}{1+\frac{V_u}{V_m}}\right)
\end{aligned} \tag{29.11}
$$

Számszerűen: a) f=0,848, R=11,289 cm, V_{krit}=6026,359 cm^3, m_{krit}=16,934 kg. b) f=0,834, R=11,554 cm, V_{krit}=6460,791 cm^3, m_{krit}=17,092 kg.

30. feladat - 2011/1.pótzh/1.

Tervezzen atombombát! Ehhez tiszta ^{235}U áll a rendelkezésére, amelynek a sűrűsége 18,8 g/cm^3. Mekkora lesz a kritikus méret és a kritikus tömeg, ha (a) gömb, (b) kocka alakú bombát kell készíteni? Mekkora a teljes szabad úthossz ebben az uránban? A számításokhoz az egycsoport diffúziós közelítést alkalmazza! Adatok: σ^f = 1,3 barn; D=2,104 cm; σ^s = 4 barn (a termikus tartományra átlagolt szórási hatáskeresztmetszet); hasadásonként átlagosan 2,46 neutron keletkezik. A felsoroltakon kívüli hatáskeresztmetszetek nullának tekinthetőek!
Megoldás: Egycsoport közelítés (+kritikusság):

$$
k_{eff} = \frac{\eta f}{1 + L^2 B^2} = 1 \tag{30.1}
$$

$$
\eta = \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_{a,\text{ü}}} = \frac{\nu N_{25}\sigma_{25}^f}{N_{25}\sigma_{25}^a} = \nu = 2,46 \tag{30.2}
$$

mivel $\sigma_{25}^c = 0$.

$$
f = \frac{\Sigma_{a,\text{ü}}}{\Sigma_a} = 1 \tag{30.3}
$$

mivel csak ^{235}U van a rendszerben. A diffúziós hossz:

$$
L^2 = \frac{D}{\Sigma_a} = \frac{D}{N_{25}\sigma_{25}^a} = \frac{D}{\frac{\rho_{25}}{M_{25}} N_A \sigma_{25}^f} = 33,595\, cm^2 \tag{30.4}
$$

(30.1)-ből a görbületi paraméter:

$$
B^2 = \frac{\eta f - 1}{L^2} = 4,346 \cdot 10^{-2}\, \frac{1}{cm^2} \tag{30.5}
$$

Gömb esetén:

$$
B^2 = \left(\frac{\pi}{R}\right)^2 \tag{30.6}
$$

Ebből a kritikus sugár:

$$R_{krit} = \frac{\pi}{\sqrt{B^2}} = 15,070\,cm \tag{30.7}$$

A kritikus tömeg:

$$m_{krit} = \frac{4R^3\pi}{3}\rho_{25} = 269,517\,kg \tag{30.8}$$

Kocka esetén:

$$B^2 = 3\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 \tag{30.9}$$

Ebből a kritikus oldalhossz:

$$a_{krit} = \frac{\sqrt{3}\pi}{\sqrt{B^2}} = 26,102\,cm \tag{30.10}$$

A kritikus tömeg:

$$m_{krit} = a^3\rho_{25} = 334,333\,kg \tag{30.11}$$

Mindkét esetben a teljes szabad úthossz a következőképpen számítható:

$$l = \frac{1}{\Sigma_t} = \frac{1}{N_{25}\sigma_{25}^t} = \frac{1}{\frac{\rho_{25}}{M_{25}}N_A\left(\sigma_{25}^f + \sigma_{25}^s\right)} = 3,916\,cm \tag{30.12}$$

31. feladat - 2011/2.pótzh/2.

Mekkora a kritikus mérete és a tömege egy olyan henger alakú, homogén reaktornak, amelynek kritikus tömege minimális? A reaktor üzemanyaga 3% dúsítású ^{235}U-öt tartalmaz könnyűvíz moderátorral. Az üzemanyag/moderátor tömegarány m_u/m_m=1,91. A számításkor alkalmazzuk a kétcsoport közelítést! Adatok: diffúziós állandó D=14,5 cm; vízre vonatkozó Fermi-kor: τ = 33 cm^2; hatáskeresztmetszetek: σ_H^a = 330 mbarn, σ_O^a = 0,18 mbarn, σ_{25}^f = 577 barn, σ_{25}^c = 101 barn, σ_{28}^a = 2,7 barn; ϵp = 0,7222; az urán sűrűsége 19,1 g/cm^3; hasadásonként átlagosan 2,46 neutron keletkezik.
Megoldás: Az urán moláris tömege:

$$M_{ü} = dM_{25} + (1-d)\,M_{28} = 237,91\,g/mol \tag{31.1}$$

A térfogatarányt a tömegarányból és a sűrűségből ki tudjuk fejezni:

$$\frac{m_{ü}}{m_m} = \frac{\rho_{ü}V_{ü}}{\rho_m V_m} \Rightarrow \frac{V_{ü}}{V_m} = \frac{m_{ü}\rho_m}{m_m\rho_{ü}} = 0,1 \tag{31.2}$$

A diffúziós hossz:

$$
\begin{aligned}
L^2 &= \frac{D}{\Sigma_a} = \frac{D}{N_{25}\sigma_{25}^a + N_{28}\sigma_{28}^a + N_v\sigma_v^a} = \frac{D}{dN_{\text{ü}}\sigma_{25}^a + (1-d)\,N_{\text{ü}}\sigma_{28}^a + N_v\sigma_v^a} = \\
&= \frac{D}{d\frac{\rho_{\text{ü}}V_{\text{ü}}N_A}{M_{\text{ü}}V}\sigma_{25}^a + (1-d)\,\frac{\rho_{\text{ü}}V_{\text{ü}}N_A}{M_{\text{ü}}V}\sigma_{28}^a + \frac{\rho_v V_v N_A}{M_v V}\sigma_v^a} = \\
&= \frac{D\cdot\frac{1}{N_A}}{\rho_{\text{ü}}\frac{V_{\text{ü}}}{V}\frac{1}{M_{\text{ü}}}\left(d\sigma_{25}^a + (1-d)\,\sigma_{28}^a\right) + \rho_v\frac{V_v}{V}\frac{1}{M_v}\sigma_v^a} = 119,849\,cm^2
\end{aligned}
\tag{31.3}
$$

mivel a térfogatarányok

$$\frac{V_{\text{ü}}}{V} = \frac{1}{1+\frac{V_v}{V_{\text{ü}}}} = \frac{1}{11} = 0,091 \tag{31.4}$$

$$\frac{V_v}{V} = \frac{1}{1+\frac{V_{\text{ü}}}{V_v}} = \frac{1}{1,1} = 0,909 \tag{31.5}$$

és a víz abszorpciós hatáskeresztmetszete:

$$\sigma_v^a = 2\sigma_H^a + \sigma_O^a = 0,66018\,barn \tag{31.6}$$

A sokszorozási tényező (kritikusság mellett):

$$k_{eff} = 1 = \frac{k_\infty e^{-B^2\tau}}{1+L^2B^2} \approx \frac{\epsilon p\eta f}{1+M^2B^2} \tag{31.7}$$

mivel $L^2B^2 \gg B^2\tau$ és

$$M^2 = \tau + L^2 = 152,849\,cm^2 \tag{31.8}$$

(29.2) és (29.8) alapján:

$$\eta = \frac{\nu\sigma_{25}^f}{\sigma_{25}^a + \frac{1-d}{d}\sigma_{28}^a} = 1,855 \tag{31.9}$$

$$f = \frac{\sigma_{25}^a + \frac{1-d}{d}\sigma_{28}^a}{\sigma_{25}^a + \frac{1-d}{d}\sigma_{28}^a + \frac{\rho_m M_u}{d\rho_u M_m}\cdot\left(\frac{V_u}{V_m}\right)^{-1}\sigma_v^a} = 0,834 \tag{31.10}$$

Ezzel a geometriai görbületi paraméter:

$$B^2 = \frac{k_\infty - 1}{M^2} = 7,674\cdot 10^{-4}\,\frac{1}{cm^2} \tag{31.11}$$

Másrészről henger alakú reaktorról lévén szó:

$$B^2 = \left(\frac{\pi}{H}\right)^2 + \left(\frac{\alpha_1}{R}\right)^2 \tag{31.12}$$

Amiből a sugár négyzete:

$$R^2 = \frac{\alpha_1^2}{B^2 - \left(\frac{\pi}{H}\right)^2} \tag{31.13}$$

A reaktor tömege:

$$m = \rho_{\text{ü}} V_{\text{ü}} + \rho_v V_v = V \left(\rho_{\text{ü}} \frac{V_{\text{ü}}}{V} + \rho_v \frac{V_v}{V} \right) = V \cdot konst \tag{31.14}$$

Tehát a reaktor tömege akkor minimális, ha a térfogata minimális. A térfogat:

$$V = R^2 \pi H = \frac{\alpha_1^2}{B^2 - \left(\frac{\pi}{H}\right)^2} \pi H \tag{31.15}$$

Így V már csak H függvénye. A minimum helyét deriválással kapjuk meg:

$$\frac{\partial V}{\partial H} = \frac{\pi \alpha_1^2}{B^2 - \left(\frac{\pi}{H}\right)^2} + (-1) \frac{\pi H \alpha_1^2}{\left[B^2 - \left(\frac{\pi}{H}\right)^2\right]^2} (-1) \, \pi^2 \, (-2) \, \frac{1}{H^3} = 0 \tag{31.16}$$

$$1 - \frac{2\pi^2}{H^2 \left[B^2 - \left(\frac{\pi}{H}\right)^2\right]} = 0 \tag{31.17}$$

$$H = \sqrt{\frac{3\pi^2}{B^2}} = 196,426 \, cm \tag{31.18}$$

Visszahelyettesítve (31.13)-ba:

$$R = \sqrt{\frac{\alpha_1^2}{B^2 - \left(\frac{\pi}{H}\right)^2}} = 106,329 \, cm \tag{31.19}$$

A minimális térfogat:

$$V_{min} = 6,977 \cdot 10^6 \, cm^3 \tag{31.20}$$

A minimiális tömeg:

$$m_{min} = 18,454 \, t \tag{31.21}$$

32. feladat - 2011/2.pótpótzh/2.

Mekkora a kritikus tömege egy olyan henger alakú, 0,7 m sugarú, homogén reaktornak, amelynek kritikus térfogata minimális? A reaktor üzemanyaga 2% dúsítású ^{235}U-öt tartalmaz könnyűvíz moderátorral. A számításkor alkalmazzuk a kétcsoport közelítést! Adatok: diffúziós hossz L= 0,9 cm; vízre vonatkozó Fermi-kor: τ = 33 cm^2; hatáskeresztmetszetek: σ_H^a = 330 mbarn, σ_O^a = 0,18 mbarn, σ_{25}^f = 577 barn, σ_{25}^c = 101 barn, σ_{28}^a = 2,7 barn; ϵp = 0,7223; az urán sűrűsége 19,1 g/cm^3; hasadásonként átlagosan 2,46 neutron keletkezik.
Megoldás: A sokszorozási tényező (kritikusság mellett):

$$k_{eff} = 1 = \frac{k_\infty e^{-B^2\tau}}{1 + L^2B^2} \approx \epsilon p\eta f e^{-B^2\left(\tau+L^2\right)} \tag{32.1}$$

mivel $L^2B^2 \ll B^2\tau$. Ebből B^2:

$$B^2 = \frac{ln\, \epsilon p\eta f}{\tau + L^2} \tag{32.2}$$

(31.9) és (31.10) alapján:

$$\eta = \frac{\nu\sigma_{25}^f}{\sigma_{25}^a + \frac{1-d}{d}\sigma_{28}^a} = 1,752 \tag{32.3}$$

$$f = \frac{\sigma_{25}^a + \frac{1-d}{d}\sigma_{28}^a}{\sigma_{25}^a + \frac{1-d}{d}\sigma_{28}^a + \frac{\rho_m M_u}{d\rho_u M_m} \cdot \left(\frac{V_u}{V_m}\right)^{-1}\sigma_v^a} \tag{32.4}$$

Most a térfogatarány az ismeretlen. A geometriai görbületi paraméter henger esetén:

$$B^2 = \left(\frac{\pi}{H}\right)^2 + \left(\frac{\alpha_1}{R}\right)^2 \tag{32.5}$$

Kombinálva (32.2) és (32.5) egyenleteket:

$$R^2 = \left[\frac{ln\, k_\infty}{M^2} - \left(\frac{\pi}{H}\right)^2\right]^{-1} \cdot \alpha_1^2 \tag{32.6}$$

Tehát a térfogat:

$$V = \left[\frac{ln\, k_\infty}{M^2} - \left(\frac{\pi}{H}\right)^2\right]^{-1} \cdot \alpha_1^2 \cdot \pi \cdot H \tag{32.7}$$

A minimum térfogatot deriválással kapjuk meg (k_∞ ás M^2 független a geometriától):

$$\frac{\partial V}{\partial H} = \frac{\pi\alpha_1^2}{\frac{ln\, k_\infty}{M^2} - \left(\frac{\pi}{H}\right)^2} + (-1)\, \frac{\pi H \alpha_1^2}{\left[\frac{ln\, k_\infty}{M^2} - \left(\frac{\pi}{H}\right)^2\right]^2} (-1)\, \pi^2 (-2)\, \frac{1}{H^3} = 0 \quad (32.8)$$

$$1 - \frac{2\pi^2}{H^2 \left[\frac{ln\, k_\infty}{M^2} - \left(\frac{\pi}{H}\right)^2\right]} = 0 \quad (32.9)$$

$$H = \sqrt{\frac{3\pi^2 M^2}{ln\, k\infty}} \quad (32.10)$$

$$R^2 = \frac{\alpha_1^2}{\frac{ln\, k_\infty}{M^2} - \frac{\pi^2}{\frac{3\pi^2 M^2}{ln\, k_\infty}}} = \frac{3M^2\alpha_1^2}{2\, ln\, k_\infty} \quad (32.11)$$

$$\frac{H}{R} = \frac{\sqrt{2}\pi}{\alpha_1} \quad (32.12)$$

azaz

$$H = \frac{\sqrt{2}\pi}{\alpha_1} R = 1,293\, m \quad (32.13)$$

(32.5) alapján:

$$B^2 = 17,708\, \frac{1}{m^2} \quad (32.14)$$

(32.2)-ből:

$$f = \frac{e^{B^2\left(\tau + L^2\right)}}{\epsilon p \eta} = 0,839 \quad (32.15)$$

(32.4)-ből:

$$\frac{V_ü}{V_v} = \frac{f\, \frac{\rho_v M_ü}{d\rho_ü M_m} \sigma_v}{(1-f)\left[\sigma_{25}^a + \frac{1-d}{d}\sigma_{28}^a\right]} = 0,147 \quad (32.16)$$

A minimális kritikus térfogat:

$$V_{min} = R^2 \pi H = 1,990\, m^3 \quad (32.17)$$

A minimális kritikus tömeg:

$$m_{min} = V \left(\rho_ü \frac{1}{1 + \frac{V_v}{V_ü}} + \rho_v \frac{1}{1 + \frac{V_ü}{V_v}} \right) = 6,606\, t \quad (32.18)$$