Termikus diffúziós hossz mérése

Horváth András

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Nukleáris Technikai Intézet

Bevezetés

A termikus neutronok diffúziós hosszának mérésére szolgáló kísérleti módszerek két fő csoportra oszthatók. Az első módszer egy stacionárius forrásból eredő neutronfluxus térbeli változásának vizsgálatán alapul, míg a második az úgynevezett „pulzált technika”, egy neutron-impulzust követő neutronfluxus időbeli változását méri. Jelen kísérlet során az első módszert alkalmazzuk.

Elméleti alapok

1. A diffúzióegyenlet

A neutronok megmaradását kifejező alapegyenlet diffúziós közelítésben, az egy energia-csoportban felírt úgynevezett diffúzióegyenletet a következő alakban írhatjuk fel:

$$\frac{1}{v}\frac{\partial \phi}{\partial t} = D\Delta\phi - \Sigma_a\phi + \nu\Sigma_f\phi + S \tag{1}$$

ahol $D\Delta\phi$ az úgynevezett kifolyási tag, amely az idő- és térfogat-egységenkénti neutron kiszökést adja meg, $\Sigma_a\phi$ a térfogat- és időegységenkénti abszorbeált neutronok száma, $\nu\Sigma_f\phi$ a hasadások során térfogat- és időegységenként keletkező neutronok száma, S a külső forrás-erősség: a neutronkeltés sebessége a térfogategységben, $\frac{\partial \phi}{\partial t}$ pedig a neutronfluxus időbeli változása.

A továbbiakban azzal a speciális esettel foglalkozunk, amikor a rendszer stacionárius állapotban van, azaz a neutronfluxus időbeli változása nullával egyenlő: $\frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$. Másrészt, ha hasadásokból nem keletkezik neutron: $\nu\Sigma_f\phi = 0$, továbbá a forráson kívüli tartományra szorítkozunk, akkor S = 0. Ilyen feltételek mellett az (1) egyenlet az alábbi alakot ölti:

$$0 = D\Delta\phi - \Sigma_a\phi \tag{2}$$

A (2) egyenletet hullámegyenlet formában is felírható:

$$0 = \Delta\phi - \frac{1}{L^2}\phi \tag{3}$$

ahol: L a diffúziós hossz [cm]:

$$L = \sqrt{\frac{D}{\Sigma_a}}\,. \tag{4}$$

Feladatunk a továbbiakban a (3) egyenlet megoldása. Általános esetben a megoldás a forrás alakjától és a határfeltételektől (geometriától) függ.

2. A diffúzióegyenlet megoldása végtelen homogén közegben elhelyezett végtelen síkforrás esetén

Feltételezve egy végtelen méretű síkforrást az x-y síkon, a forrástól számított bármely adott z távolságnál a fluxus független lesz az x, valamint az y koordinátáktól, a Laplace-operátor derékszögű koordináta rendszerben $\frac{d^2}{dz^2}$-re redukálódik, azaz a diffúzióegyenlet:

$$0 = \frac{d^2\phi}{dz^2} - \frac{1}{L^2}\phi \tag{5}$$

Az (5) diffúzióegyenlethez az alábbi határfeltételek tartoznak:

1. A fluxus a $z = 0$ sík kivételével mindenütt véges.
2. Megfelelő forrás-feltétel, azaz legyen például a forrás-síkon az eredő áramsűrűség a forráserősség fele, tehát olyan síkforrásról legyen szó, amely a sík mindkét oldalának irányában szimmetrikusan bocsát ki neutronokat.

Az (5) egyenlet általános megoldása:

$$\phi(z) = A \cdot e^{\frac{z}{L}} + C \cdot e^{-\frac{z}{L}} \tag{6}$$

ahol az A és C konstansok értéke a fenti határfeltételek figyelembevételével meghatározható.
A (6) egyenlet $x \to \pm\infty$ mellett csak A = 0 esetben ad véges megoldást. A C együttható meghatározásához tekintsük a neutronáramot a $z = +\varepsilon$ és az $z = -\varepsilon$ síkokban, majd ε-nal tartunk nullához. Ekkor belátható, hogy:

$$1 = \lim_{\varepsilon\to 0}\left[J(+\varepsilon) - J(-\varepsilon)\right] = \lim_{\varepsilon\to 0}\left[-DC\frac{d}{dz}\left(e^{-\frac{z}{L}}\right)\bigg|_{z=\varepsilon} + DC\frac{d}{dz}\left(e^{-\frac{z}{L}}\right)\bigg|_{z=-\varepsilon}\right] = \frac{2DC}{L},$$

amiből (6)-ba visszahelyettesítve adódik, hogy:

$$\phi(z) = \frac{L}{2D} \cdot e^{-\frac{z}{L}} . \tag{7}$$

A (7) összefüggés leírja a stacionárius fluxuseloszlást az *x*-*y* síkban végtelen síkforrásra merőleges *z* irányban, ha a síkforrás egy neutront emittál cm^2-ként és másodpercenként a végtelen homogén közegbe. Vegyük észre, hogy a (7) összefüggés nem szinguláris a $z = 0$ síkban, viszont ott nem differenciálható, vagyis a neutronáramnak szakadása van.

A fluxuseloszlás így nyert alakjából látható, hogy a diffúziós hossz ekvivalens a relaxációs hosszal, azaz azon távolsággal, amelyen a neutronfluxus *e*-ad részére csökken.

Másrészt, ha nyomon követjük egy neutron sorsát, termikussá válásának helyétől abszorpciójának helyéig meghatározhatjuk annak a távolságnak a négyzetes átlagát, ahol a neutronok abszorbeálódnak:

$$M\left(z^2\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} z^2 \Sigma_a \frac{L}{2D} e^{-\frac{z}{L}} dz = 2L^2 . \tag{8}$$

Erre való tekintettel *L*-et *diffúziós hossz*nak, L^2-et *diffúziós terület*nek nevezzük. Pontforrást és vonalforrást körülvevő végtelen közegben a négyzetes átlagot rendre a következő módokon számíthatjuk:

$$M\left(r^2\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} r^2 \Sigma_a \frac{1}{4\pi D r} e^{-\frac{r}{L}} 4\pi r^2 dr = 6L^2 ,$$

valamint:

$$M\left(r^2\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} r^2 \Sigma_a \frac{1}{2\pi D} K_0\left(\frac{r}{L}\right) 2\pi r dr = 4L^2 .$$

Vegyük észre, hogy a dimenziószám növekedésével egyre csökken a négyzetes átlag. Ezt úgy is megfogalmazhatjuk, hogy mindegyik térbeli dimenzióhoz külön-külön $2L^2$ nagyságú négyzetes átlag rendelhető.

3. Véges dimenziók hatása

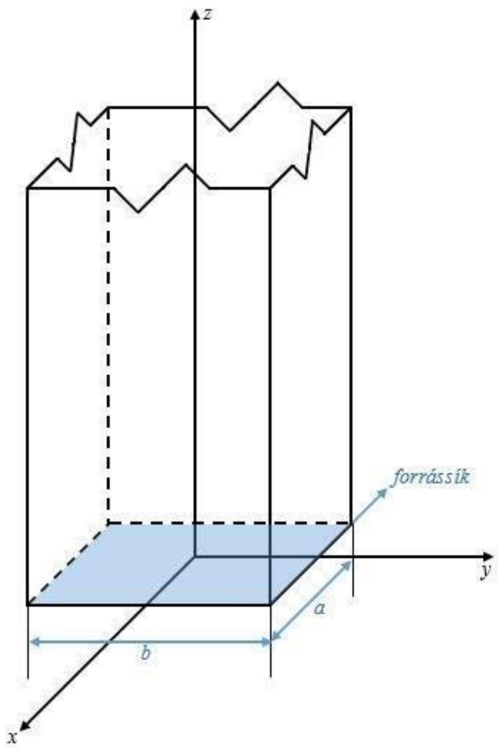
Ha kivitelezhető lenne, hogy egy egyenletes eloszlású, végtelen sík termikus neutronforrást készítsünk egy végtelen szóró közegben, a termikus diffúziós hosszt a neutronfluxus térbeli változásának (távolságfüggésének) méréséből pontosan meghatározhatnánk. A (7) egyenlet logaritmusát véve és *z* szerint deriválva a (9) egyenletet kapjuk:

$$\frac{d}{dz}\left(\ln\phi\right) = -\frac{1}{L} . \tag{9}$$

Ez alapján a ϕ neutronfluxus mérési értékeinek logaritmusát a *z* függvényben ábrázolva, egy *–1/L* meredekségű egyenest kellene kapnunk.

A valóságban azonban a méréseket véges forrással, véges közegben végezzük, így a kapott eredmények nem értelmezhetők közvetlenül a végtelen dimenziók esetére kapott összefüggések alapján. A gyakorlatban ezért a kísérleti adatok kiértékelésénél figyelembe kell vennünk a közeg véges méretei miatt fellépő kidiffundálást, valamint az ebből származó neutronveszteséget.

Tekintsünk egy derékszögű paralelepipedon alakú moderátort, és helyezzünk el egy sík termikus neutronforrást a moderátorban a $z = 0$ síkon a 1. ábra szerint. Legyenek a hasáb *x* és *y* irányú élhosszai rendre *a* és *b*, amelyek magukba foglalják a kétszeres extrapolációs távolságot is. A pozitív *z* irányban a hasáb hossza legyen végtelen. (Tehát a hasáb tényleges fizikai méretei $a' = a - 2 \cdot d, b' = b - 2 \cdot d$ és $c = \infty$, ahol *d* az extrapolációs távolság.)



1. ábra: Paralelepipedon moderátor és a forrássík

Ez esetben a (3) hullámegyenlet megoldását az alábbi határfeltételek mellett keressük:

1. A fluxus mindenütt véges és nem negatív.
2. A fluxus legyen nulla az extrapolált határokon, azaz $\phi = 0 \begin{cases} ha\ x = \pm \dfrac{a}{2} \\ ha\ y = \pm \dfrac{b}{2} \end{cases}$
3. Megfelelő forrásfeltétel.

Ekkor a (6) egyenlet származtatásához hasonló módon kimutatható, hogy a fluxusváltozás bármely, a z tengellyel párhuzamos egyenes mentén, a termikus neutronforrástól (jelen esetben az x-y sík) két diffúziós hosszon túli távolságban, de a közeg határához nem túl közel:

$$\phi = K \cdot e^{-\gamma z}, \tag{10}$$

ahol:

$$\gamma^2 = \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{b}\right)^2 + \frac{1}{L^2}. \tag{11}$$

Megjegyezzük, hogy a (10) összefüggés akkor is nagyon jó közelítésnek tekinthető, ha c ugyan nem végtelen, de a diffúziós hosszhoz képest nagy értékű.

Azért, hogy meghatározzuk a véges dimenzióknak az L mérésére gyakorolt hatását anélkül, hogy végrehajtanánk a (10) és (11) egyenletek nyeréséhez szükséges, meglehetősen hosszadalmas eljárást, vizsgáljuk meg egyetlen véges dimenzió aránylag egyszerű esetét.

Ha a neutronok egy végtelen síkforrásból egy végtelen kiterjedésű, de véges vastagságú lapba diffundálnak, a végtelen dimenziós esetben használt határfeltételeket tekintve, azt találjuk, hogy a (6) egyenlet által adott általános megoldás most is érvényes lesz. Tekintettel azonban arra, hogy a diffúziós közegnek most vastagsága van, az általános megoldásban szereplő második tag kiküszöbölése nem lehetséges. Hogy az A és C tetszőleges konstansokat meghatározzuk, szükséges egy további határfeltétel bevezetése, miszerint a fluxus eltűnik az extrapolált távolságnál. Legyen c a lap véges dimenziója, amely tartalmazza ezt az extrapolált távolságot, akkor ez utóbbi feltétel miatt $z = c$-nél:

$$\phi(z = c) = 0 = A \cdot e^{\frac{c}{L}} + C \cdot e^{-\frac{c}{L}} \tag{12}$$

Ebből következik, hogy:

$$C = -A \cdot e^{-2\frac{c}{L}} \tag{13}$$

A (13) egyenlet alapján pedig a (6) egyenlet ekképpen módosul:

$$\phi(z) = A \cdot \left(e^{-\frac{z}{L}} - e^{-\frac{2c-z}{L}} \right). \tag{14}$$

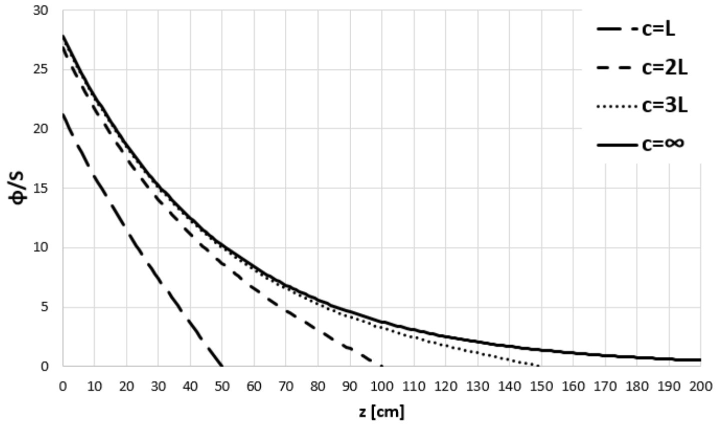
A neutronáramsűrűségre vonatkozóan ugyanazt a határfeltételt alkalmazva, mint a (6) egyenlet megoldás esetén, A-ra az alábbi értéket kapjuk:

$$A = \frac{1}{\frac{2D}{L}\left(1 + e^{-2\frac{c}{L}}\right)}, \tag{15}$$

amelyet visszaírva a (14) összefüggésbe, következik a (16) egyenlet:

$$\phi(z)=\frac{e^{-\frac{z}{L}}-e^{-\frac{2c-z}{L}}}{2\frac{D}{L}\left(1+e^{-\frac{2c}{L}}\right)}. \tag{16}$$

Ha a (16) egyenletben *c* értékét megfelelően nagynak tekintjük, akkor láthatjuk, hogy a (16) egyenlet átmegy (6) összefüggésbe, ahogy az várható volt. Keressük tehát azt a *c* vastagságot, amelynél a közeg már jó közelítéssel végtelennek tekinthető, azaz azt a *c* értéket, amely elég nagy ahhoz, hogy a (16) egyenletet lényegében egyenlővé tegye (6) egyenlettel. Ennek meghatározásához vizsgáljuk meg a 2. ábrát!



2. ábra: A neutronfluxus és a forráserősség hányadosának változásának a síkforrástól mért z távolság függvényében

Az ábrán a ϕ fluxus és az *S* forráserősség arányát tüntettük fel az *x-y* forrássíktól, mért *z* távolság függvényében három különböző vastagságú ($c = L$; $c = 2L$; $c = 3L$) és egy végtelen méretű közeg esetén. A diffúziós közeg grafit, amelyre nézve D = 0,90 cm, és L = 50 cm.

Az ábra alapján látható, hogy amennyiben $c = 3L$, a fluxuseloszlás nem sokban különbözik a végtelen közegben kialakulótól, kivéve a határhoz közeli pontokat. Ha tehát a közeg – extrapolációs távolságot is magába foglaló – vastagsága kb. 3*L*, vagy ennél nagyobb, a fluxus közegen belüli eloszlása a forrástól, illetve a határtól mért *L* távolságon túl lényegében olyan, mint végtelen közeg esetén. Általában az is igaz, hogy ha a diffúziós közeg vastagsága legalább háromszorosa a diffúziós hossznak, a közeg határától egy diffúziós hossznál nagyobb távolságban a probléma úgy kezelhető, mint a végtelen közeg esetén. Ekkor ugyanis a legtöbb neutron visszaszóródik, mielőtt még a közeg határát elérné, így a neutron kiszökés mértéke igen csekély lesz.

A (10) és (11) egyenletekkel kapcsolatban, amelyeket a mérések kiértékelésénél használunk, meg kell jegyeznünk, hogy ezeknél az egyetlen lényeges változás a végtelen forrás és végtelen közeg esetéhez képest $1/L$-nek γ-val való helyettesítése. Megjegyezzük továbbá, hogy a (11) egyenletben γ^2 kifejezése $1/L^2$ mellett két további tagot tartalmaz, amelyeket „kiszökési tagoknak” nevezünk, és amelyek a geometriai méretekkel kapcsolatosak, ha a neutronkiszökést csak két dimenzióban nézzük (mivel a harmadik dimenzió mentén mérünk).

A mérés menete

A termikus neutronok diffúziós hosszát kell meghatározni a mérés keretében. Diffúziós közegként grafitot, vagy vizet alkalmazunk, amelyeket széles körben elterjedten használnak moderátorként és reflektorként. A méréseket a reaktor besugárzó alagutjában vagy valamelyik vízszintes csatornánál végezzük.

A mérést a reaktor besugárzó alagutjában grafitból kialakított termikus oszlopban, vagy valamelyik vízszintes besugárzó csatornánál végezzük. Utóbbi esetben a diffúziós közeg szerepét a csatorna nyílásánál elhelyezett téglatest alakú grafit tömb, vagy vízzel telt mérőtartály tölti be, tehát a diffúziós hosszat ekkor vízben vagy grafitban mérhetjük.

A geometriai elrendezés mindkét esetben az előzőekben ismertetett paralelepipedon alakú moderátornak felel meg, amely egyik végén egy sík termikus neutronforrással van ellátva. Ekkor a (9) és a (10) egyenletek alapján:

$$\frac{d}{dz}\left(\ln\phi\right) = -\gamma\,, \tag{17}$$

vagyis a fluxuseloszlás logaritmusát a forrástól mért távolság függvényében ábrázolva γ meredekségű egyenest kapunk. Tekintettel arra, hogy a termikus oszlopban a grafit vastagsága nem egyenletes (lépcsőzetesen változik), a paralelepipedon élhosszainak meghatározásánál egy ekvivalens méretet kell figyelembe venni. A moderátor méreteinek ismeretében (***a*= *b*= 105 cm**) a (11) egyenletből L kiszámítható.

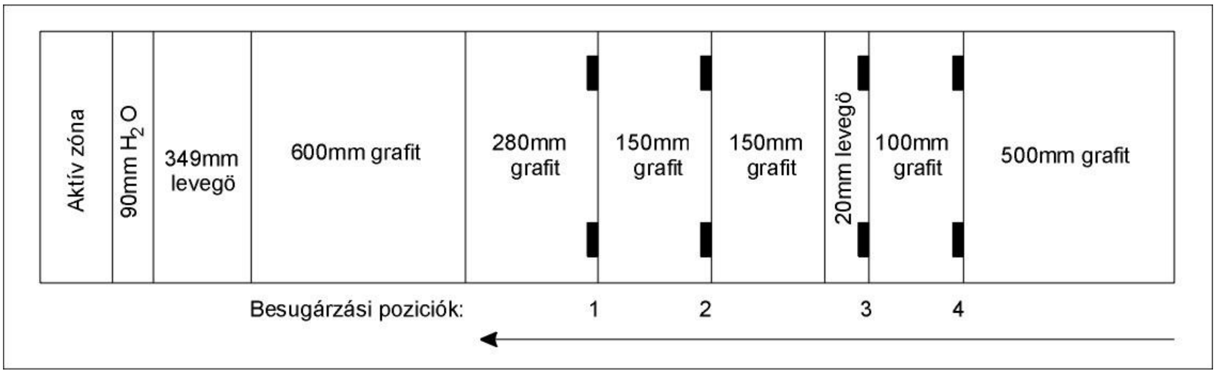
Az extrapolációs távolság (d) diffúziós közeg és vákuum közötti sík határfelület esetén: $0{,}71\cdot\lambda_t$, ahol λ_t a transzport közepes szabad úthossz, amelyet a (18) egyenlet ír le:

$$\lambda_t = \frac{1}{\Sigma_s\left(1-\dfrac{2}{3A}\right)}\,, \tag{18}$$

ahol Σ_S a szóró közeg makroszkopikus szórási hatáskeresztmetszete (grafit esetén $\Sigma_S = 0{,}385\ \mathrm{cm}^{-1}$, vízre $\Sigma_S = 3{,}45\ \mathrm{cm}^{-1}$), A pedig a szóró közeg tömegszáma.

A diffúziós hossz kísérleti meghatározáshoz tehát mérnünk kell a termikus neutronfluxus eloszlást a moderátorban, a z tengellyel párhuzamos egyenes mentén (1. ábra). Mivel azonban a mérés reaktornál történik, az epitermikus neutronok zavaró hatásával is számolnunk kell.

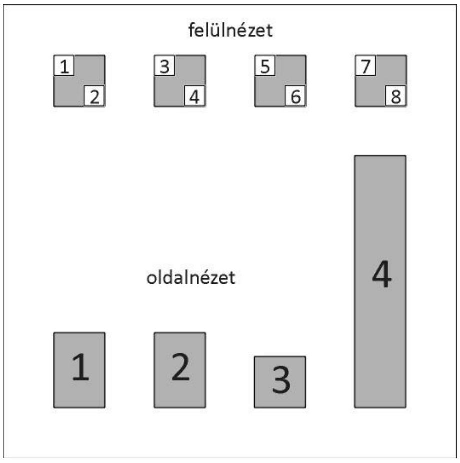
A termikus neutronfluxus eloszlás mérését aktivációs fóliák segítségével végezzük. A mérésnél indium fóliákat (összesen 8 darabot) sugárzunk be a forrástól bizonyos távolságokban, és mérjük az illető helyen lévő neutronfluxussal arányos aktivitásokat. A diffúziós hossz meghatározásához elegendő a neutronfluxus relatív eloszlásának ismerete, ezért a fóliák abszolút aktivitására nincs szükség, elég az aktivitással arányos beütésszámokat mérni. A mérési elrendezést a 3. ábra szemlélteti.



3. ábra: Az aktiválandó fóliák elhelyezkedése a besugárzó alagútban

Mivel a ^{116}In felezési ideje 54 perc, fel kell jegyezni az egyes fóliák mérési idejét, és bomláskorrekciót kell alkalmazni.

A ^{116}In-nak éles rezonanciái vannak az epitermikus tartományban, ezért aktivitásának meghatározásánál figyelembe kell venni az epitermikus hányadot. Ennek meghatározására minden egyes pozícióban két darab indium fóliát sugárzunk be, egyet csupaszon, egyet pedig kadmium burkolatban. A besugárzandó indium fóliák grafit hasábokon való elhelyezkedését a 4. ábrán szemléltetjük.



4. ábra: Az aktiválandó fóliák elhelyezkedése az egyes grafit hasábokon

A fóliák aktivitás mérése előtt mérjük meg a hátteret és vegyük korrekcióba! Minden fóliára nézve legalább 5 mérést végezzünk és képezzük ezeknek az átlagát!

A termikus neutronok hányadának meghatározásához a csupasz, illetve kadmium borítású fóliákkal mért beütésszámok különbségét kell venni. Ezután a kapott értékek logaritmusát a forrástól mért távolság függvényében ábrázoljuk, és a (10), a (17) és a (11) egyenletek segítségével meghatározzuk az L diffúziós hossz értékét.

Határozzuk meg a kadmium-arányt, az egyes mérési pontokban! A kadmium-arány a csupasz, illetve a kadmium borítású fóliák esetében mért beütésszámok hányadosát jelenti. A kadmium arányt ábrázoljuk a távolság függvényében! Ábrázoljuk a termikusneutron-fluxus eloszlást is a forrástól mért távolság függvényében, majd vonjunk le következtetéseket a görbék alakjából!

Fontosabb ellenőrző kérdések

1. Írja fel a diffúzióegyenletet és magyarázza meg a benne szereplő tagok jelentését!
2. Írja fel a diffúzióegyenlet megoldását végtelen homogén közegben elhelyezett végtelen síkforrás esetén!
3. Mi lesz a diffúzióegyenlet megoldása véges dimenziók (derékszögű parallelepipedon) esetén?
4. Milyen dimenziók (mekkora vastagság) mellett tekinthető egy véges méretű diffúziós közeg ekvivalensnek a végtelen közeggel? Értelmezze a véges dimenziók hatását!
5. Mi a diffúziós hossz?
6. Hogyan változik az In és a Cd hatáskeresztmetszete a neutronenergia függvényében?
7. Mi a Cd arány?
8. Adja fizikai magyarázatát a Cd arány távolság függésének!
9. Ismertesse a diffúziós hossz mérésének elvét és a mérés menetét!