Természetes cirkuláció sebességének mérése hőmérséklet fluktuációk felhasználásával.

1. Bevezetés

Számtalan fizikai kísérlet során megszoktuk, hogy egy fizikai rendszer állapotát a mérhető paraméterekkel le lehet írni. A fizikai változók időbeni változásának mérésével pedig a rendszer dinamikájára következtethetünk – a fizikai rendszer dinamikai egyenleteiben szereplő paraméterek meghatározását így végezhetjük el. A dinamikai paraméterek mérésénél legtöbbször egy külső hatást bocsátunk a rendszerre (valamelyik bemenetre a rendszert gerjesztő jelet adunk), és mérjük a rendszer válaszát, egyes paramétereinek időbeni változását.

Az már kevésbé közismert, hogy a rendszerben fellépő fluktuációk mérésével ugyanez a feladat elvégezhető. Ezek a fluktuációk az átlagértéktől való véletlenszerű eltérések[1]. Az egyes pontokban mérhető lokális fluktuációkat tekinthetjük (nagyon kicsiny) gerjesztésnek, ha úgy tetszik egy lokális, véges amplitúdójú delta függvénynek (térben és időben). Ez a lokális perturbáció éppen úgy viselkedik, mintha külső gerjesztés hozta volna létre, azaz a rendszer dinamikai egyenletei alapján fog szétterülni. Természetesen végtelen sok ilyen kis fluktuáció gerjesztődik minden időpillanatban. Ennek megfelelően végtelen sok ilyen kis szétterjedés indul el. Lineáris rendszerben ezeket a kis gerjesztéseket lineárisan összegezhetjük és átlagolhatjuk. Méréssel ezek az átlagértékek lesznek hozzáférhetőek.

Mi az előnye annak, ha a rendszer dinamikai paramétereit fluktuációk mérésére alapozott eljárással határozzuk meg? Nyilvánvaló, hogy a rendszerbe nem avatkozunk be, a rendszerben létező, inherens fluktuációkat mérjük csak, és nem kényszerítünk a rendszerre semmiféle, a rendszert munkapontjából (esetleg) kibillentő külső erőt.

Korábban lehetetlen volt ilyen méréseket végezni, mert eleve nagyon érzékeny, kis érzékelőkre van szükség. Ezen túlmenőn pedig olyan kis áram- illetve feszültségfluktuációk méréséről (és továbbításáról) van szó, amelyeket az integrált áramköri elemek megjelenése előtt nem lehetett mérni, mivel az erősítők saját zaja nagyságrendekkel meghaladta a jelenség által kiváltott fluktuációkat.

Mi a hátránya ennek a módszernek? A nagyon sok kis, véletlenszerű fluktuáció összegeződött hatásainak értékelése a statisztikus fizikában és méréstechnikában megismert módszerek alkalmazását kívánja meg. Ez statisztikus átlagértékek képzésével jár, amelyek becslési pontossága jelentős mértékben függ az átlagolások számától. Emiatt a paraméterek becsléséhez szükséges mérési idő jelentősen megnövekedik. Ráadásul e mérési idő alatt (kvázi)stacioner rendszerrel kell rendelkeznünk, amelynek (főleg a mérendő) paraméterei időben nem változnak.

A mérés célja (a mérési feladat): Határozzuk meg a fűtőelem felületétől 1 mm-re kialakuló természetes cirkulációs áramlás sebességét!

1 Itt nem a méréskor elkövetett véletlenszerű mérési hibára kell gondolni! Ebben az esetben arról van szó, hogy például egy 22 °C átlaghőmérsékletű szobában a hőmérséklet nem állandóan ugyanakkora, még hosszú idő eltelte után sem, hanem az átlagértéke körüli ingadozást mutat. Ez a statisztikus fizika alapján általában ismert. Az már azonban kevésbé, hogy ez az átlag körüli ingadozás mérhető és felhasználható a rendszer fizikai, dinamikai paramétereinek meghatározására.

A fűtőelem, ebben a kísérletben, egy mosógépből kiszerelt, U alakú, elektromos fűtésű gyorsforraló, de nem nehéz a helyébe képzelni akár a Paksi Atomerőmű fűtőelem pálcáit sem, amelyek vastagsága teljesen megegyezik a modellünkkel, sőt, még a felületi fűtési teljesítmény is hasonló.

A fűtőelemtől származó hő, a 7 literes, vízzel telt edényben természetes cirkulációt hoz létre. A fűtőelem felületének közelében, egy viszonylag vékony (néhány milliméteres) rétegben a víz felfelé áramlik. A felfelé áramlás jól megfigyelhető szabad szemmel is a fűtőelem felső részén, ahol az átlaghőmérséklet már eléri, vagy közel van az ún. aláhűtött forrás határához. Mivel nincs jól definiált hűtött felületünk, a lehűlt víz visszafelé áramlása sem jól definiált. Ettől függetlenül azonban biztos, hogy a fűtőelem közvetlen környezetében felfelé irányuló áramlás van. Az áramló vízben apró fluktuációk jönnek létre, amelyek (egy része) az áramló vízzel együtt terjed. Az áramlás sebességét éppen ezen a fluktuációk segítségével fogjuk meghatározni.

Mivel kis fluktuációk méréséről van szó, ezért eleve olyan mérőeszközöket kell használnunk, amelyek minimálisan avatkoznak be a rendszerbe. Olyan kis áramlásnak akarjuk megmérni a sebességét, amelyet semmiféle más áramlásmérővel nem lehetne megmérni, mert azok súlyosan megzavarnák az áramlási profilt. A méréshez parányi termoelemeket használunk, amelyeket a fűtőelem felületéhez közel, egymás felett helyezünk el. A fluktuációk terjedésének méréséhez két - egymástól ismert távolságra lévő - termoelem elegendő lenne. Mi azonban 3 termoelemet helyezünk el, így egyszerre három mérés is végrehajtható.

Termoelemeinket nem az áramlás jól látható részébe helyezzük, ahol akár vizuális úton is mérhetnénk, hanem sokkal lentebb, ahol szabad szemmel nem látható a vízáramlás. A mérési eredmények nemcsak arról is győznek majd meg bennünket, hogy ezzel a mérési technikával ott is lehet mérni, ahol más (pl. optikai) módszerek már nem alkalmazhatók, hanem arról is, hogy az áramlás már sokkal lejjebb is jelen van!

A mérés elve

Mivel az áramlás útjába eső termoelemek között a távolság jól ismert, elégséges a terjedési időt (t) meghatározni ahhoz, hogy megkapjuk a v terjedési sebességet: $v = \frac{d}{t}$

A termoelemek helyzeti adatai (egymástól való távolságuk):

-alsó-középső között d = 3 mm,

-középső-felső között d = 3 mm,

-alsó-felső között d = 6 mm.

Mivel ismerkedünk meg ebben a mérésben?

- Eszközök:

- termoelem, annak különböző kapcsolásai és az előerősítőhöz való illesztése;
- a fluktuáció leválasztási módszere a teljes mért hőmérséklet jelről;
- a leválasztott fluktuációs rész további erősítése és kondicionálása;
- mintavételezés (ADC)

-Jelfeldolgozás:

- A mintavételezett jelre alkalmazzuk a korábban (a méréstechnikában) már megismert autokorrelációs, keresztkorrelációs függvények, spektrumok, koherencia és fázisfüggvény számítási módszereit. Ezeket a korábbi tanulmányaikban elsősorban determinisztikus jelekre használtuk, most pedig véletlenszerű (sztochasztikus) fluktuációkkal van dolgunk. Ezek a jelek másik osztályát képviselik, ezért kezelésük során, és főleg a jelfeldolgozás során, más eljárásokat is kell választani. Már említettük, hogy átlagolásra van szükség, és a becslés pontossága jelentősen függ az átlagolások számától, de még fontosabb, hogy más ablakozó függvényeket is kell használnunk.
- Korábban nem fordítottunk figyelmet a keresztspektrum fázisának frekvenciafüggésére, és nem foglalkoztunk az impulzusválasz-függvény kiszámításával a mérhető spektrum függvények alapján. Most ezt is meg fogjuk ismerni és alkalmazni a fluktuáció-terjedési idő mérésének javítására (a keresztkorrelációs függvénnyel meghatározott késleltetési időhöz képest).

<u>Ellenőrző kérdések:</u>

E1: Mi az autokorrelációs függvény és milyen tulajdonságai vannak? Mi a keresztkorrelációs függvény és milyen tulajdonságai vannak?
E2: Milyen ablakozó függvényeket ismer, és melyiket mikor érdemes használni?

A mérési eljárásban használt elvek és módszerek

Azt tudjuk, hogy a termoelem az őt körülvevő közeg hőmérsékletét méri. Ha ez a hőmérséklet fluktuál, akkor, – bizonyos korlátozásokkal – a kilépő feszültségingadozás ennek a hőmérséklet fluktuációnak a leképezése feszültséggé a termoelem konverziós tényezőjével.
Az ún. „K" típusú Króm-alumínium (Chromel-Alumel) termoelemek konverziós tényezője:
$\Delta U = K \cdot \Delta T \text{, ahol } K = 41\,\mu V / {}^oC$
Amennyiben a hőmérséklet fluktuációk a vízáramlással utaznak, úgy az áramlás útjába helyezett második termoelem egy bizonyos idő után ugyanazokat a fluktuációkat fogja mérni. Természetesen nem mindegyik hőmérséklet-csomag éri el a második termoelemet, és lesz néhány olyan is, amely a két termoelem között keletkezett. Számunkra az értékes információt hordozó rész az, amely mindkettőben közös. Éppen ennek kiválasztására szolgál a korrelációs függvény kiszámítása. Ha a közös részt *L(t)*-vel jelöljük, és a két jelben nem közös részeket, (beleértve a detektálási, és elektronikus zajokat is, amelyek szintén függetlenek a két detektorra nézve) w_1 és w_2-vel, akkor a két jel időfüggvénye:
$f_1(t) = L(t) + w_1(t)$
$f_2(t) = L(t+\theta) + w_2(t)$
A két jel között számítható keresztkorreláció[2]:
$CCF(\tau) = ACF_L(\tau + \theta)$
ahol az ACF alsó indexe az L folyamatra utal, tehát annak az autokorrelációs függvénye.
Emlékezzünk arra, hogy független, véletlen folyamatok közötti korreláció várható értéke zérus, tehát az L és w függvények között képzett korrelációs szorzatok nem adnak járulékot a keresztkorrelációs függvényhez. Mivel minden autokorrelációs függvény maximuma a zérus helyen van, a fent levezetett keresztkorrelációs függvényé tehát a θ időpontban lesz. Leolvasva a maximum abszcisszáját megkaphatjuk a θ terjedési időt, s nekünk éppen ez a feladatunk.

2 v.ö. A Méréstechnika tantárgyban már tanultakkal. Felkészüléskor ismételje át az ACF,CCF,APSD,CPSD,COH függvények definícióit (lásd 3. Melléklet!)

Problémák

Sajnos a helyzet nem ennyire egyszerű. Általában nemcsak egy maximum jelentkezik a spektrumban, és a keresett maximum igen gyakran összeolvad más maximum értékekkel. Többek között olyan módus is jelen lehet a két jelben, amely módosítja a fenti egyszerű képet. Megjelenhetnek például olyan zajok, amelyek egyidejű fluktuációt hoznak létre mindkét jelben. Példaképpen néhányat megemlítünk:

- Hálózati frekvencia (50 Hz) hatása. Ez a bennünket körülvevő, 240 V-os vezetékekről a mérőrendszerbe beszűrődő jel környezeti zavarként ül rá a mért jelre,
- a fűtőelem sugárzásos hőteljesítményének változása, amely a fűtésteljesítmény ingadozását követi,
- mindkét - antennaként meredő - termoelemet érő elektromágneses környezeti zaj.

Mindezek további járulékos jeleket adnak a keresztkorrelációs függvényhez, hiszen mindkét jelben fellépnek. Az esetek többségében szerencsére azonos időpontban fellépő fluktuációkról van szó (fáziskésésük zérus), de előfordulhatnak itt is fázis- és időkésések.

$$f_1(t)=L(t)+w_1(t)+\sum_i E_i(t)$$

$$f_2(t)=L(t+\theta)+w_2(t)+\sum_i E_i(t)$$

Ezek miatt a keresztkorrelációs függvényben már több tag hatása érvényesül:

$$CCF_{12}(\tau)=ACF_L(\tau+\theta)+\sum_i ACF_i(\tau)$$

Az azonos idejű összetevők természetesen a zérus eltolásnál adnak maximális járulékot. A nulla időpontbeli a csúcs szélessége a keresztkorrelációs függvényben az összetevő sávszélességétől függ (annak reciprokával arányos). Számtalan esetben ez a szélesség eléri, sőt meghaladja az általunk leolvasni kívánt θ időhöz tartozó eltolási értéket. Ha csak megközelíti azt, már akkor is szisztematikus hibához vezet, mivel az általunk keresett csúcs e központi csúcs oldalán „ül". Néha akkora az összeg járuléka, hogy abban elvész az általunk keresett csúcs. Ha a zavarjelek periodikusak (a gyakorlatban a keskenysávú zaj is periodikusként tűnik fel), akkor a korrelációs függvényben periódusidőnként újra és újra maximum jelentkezik. Ezt a mért korrelációs függvényekben az eredmény várható értéke körüli fel-le mozgó hullámzásként látjuk. Ez jelentősen megnehezíti az általunk keresett maximum helyének kijelölését.

Megoldás

Többféle módszer is létezik az előbbiekben említett nehézségek elkerülésére.

a) Általánosan ismert és használt módszer a keresztkorrelációs függvény helyett a **keresztspektrum fázis** frekvenciafüggésének vizsgálata. Megmutatható, - és nekünk ez a feladatunk - hogy azokon a frekvenciákon, ahol a hőterjedésből származó jel dominál, ez a függvény lineárisan függ a frekvenciától, amelynek a meredekségét a terjedési idő határozza meg[3]. Ha 50 Hz vagy egy szélessávú fehér zaj zavarja a keresztkorrelációs függvény maximumának keresését, akkor ez egy jól járható út.

b) Ebben a mérésben mi még egy másik módszerrel is megismerkedünk. A módszer lényege, hogy az impulzusválasz-függvényt határozzuk meg a fluktuációk méréséből, és ebből olvassuk le a késleltetési időt. Az alapelv világos: ha az első érzékelő egy vékony, tűszerű impulzust mérne, akkor a második a többi, fent említett zavaró körülmény miatt ugyan egy szétfolyó, és kicsit elmosódó, de jól kivehető csúcsot produkálna, és ezekből jól meg lehetne határozni a késleltetési időt. Fogalmazzuk ezt meg az átviteli függvények nyelvén!

3 Akit ez és más hasonló, a gyakorlatban jól használható eljárás érdekel, megismerkedhet velük a BME-NTI Nukleáris moduljában felvehető Műszaki diagnosztika tantárgy keretein belül.

Ha a két jelet úgy tekintjük, mint egy bemeneti és a kimeneti jelet, akkor a két jel közötti kapcsolatot (a frekvencia térben) az átviteli függvény írja le. Ez a kijelentés mind a valójában mérhető fluktuációkra igaz, mind az előbb elképzelt, hipotetikus impulzus bemeneti függvényre. Nincs tehát más dolgunk, mint a fluktuációk alapján minél pontosabban meghatározni a két jel közötti átviteli függvényt, és ebből feltételezve az impulzus bemenetet, kiszámítani a válaszjelet, azaz az impulzusválasz-függvényt. Az impulzusválasz-függvény maximumának abszcisszája adja a késleltetést.

__Ellenőrző kérdés:__
E3: Az átviteli függvényt a frekvencia térben definiáltuk. Mi az átviteli függvény időtérbeli megfelelője (inverz Fourier transzformáltja)?

Ismétlés (felfrissítés): *az átviteli függvény helyes mérési eljárása:*

$$XRF_{12}=\frac{CPSD_{12}}{APSD_1}$$

,ahol CPSD a keresztspektrum, APSD az autospektrum (a jel teljesítmény sűrűség függvénye).

__Ellenőrző kérdés:__
E4: Miért nem a kimenet és a bemenet hányadosaként becsüljük meg az átviteli függvényt?

Az impulzusválasz-függvényt ezek alapján úgy kapjuk, hogy:

$$IMP_{12}(\tau)=FFT^{-1}\left\{\frac{CPSD_{12}}{APSD_1}\right\}$$

Ebből az is láthatóvá válik, – ami egyáltalán nem közismert –, hogy az impulzusválasz-függvény a keresztkorrelációs függvény egy olyan normálásából jön ki, amelynek során a bemenő jel spektrumával normáljuk a keresztspektrumot, és az így normált mennyiségből inverz Fourier transzformációval kapjuk az impulzusválasz-függvényt. Ebből érthetővé válik, hogy valamennyi széles csúcs, amelynek szélességét a spektrum végessége határozta meg, lényegesen keskenyebben jelentkezik az impulzusválasz-függvényben, tehát sokkal jobb felbontást kapunk.

2. Gyakorlati teendők

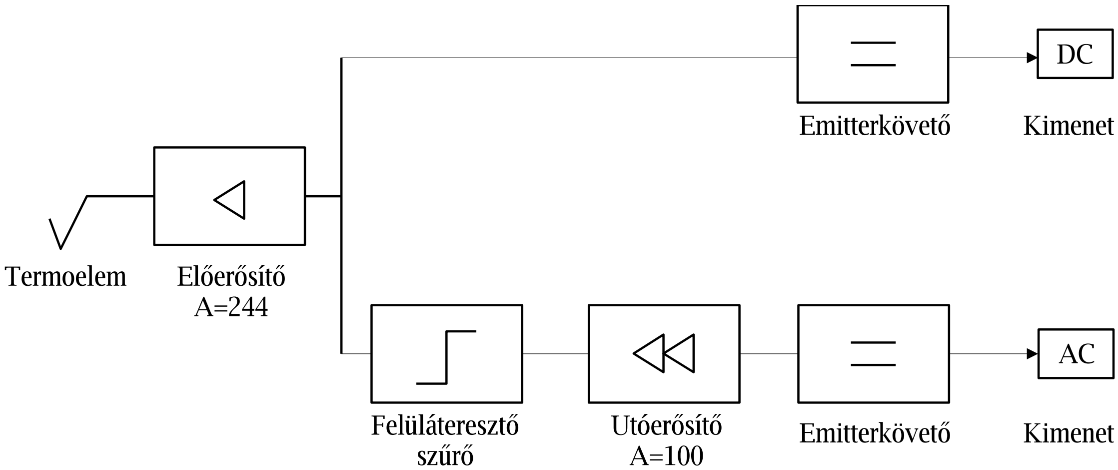
2.1) **A mérés áramlástani részét** (érintésvédelmi és biztonságtechnikai okokból) előkészítettük. A 7 literes üvegedénybe merülő gyorsforralóhoz hallgatók nem nyúlhatnak! A hallgató feladata itt csak az, hogy a mérés elején, mielőtt bármit bekapcsolnának, minél részletesebben ismerkedjen meg a kísérlet felépítésével. Javasoljuk, hogy több irányból is nézze meg a behelyezett termoelemeket. Miután részletes rajzot készített a mérés felépítéséről, ismerkedjen meg az erősítőkkel, és az ADC kártyával. Ezt az ismerkedést lehetőleg a vonatkozó leírások (lásd a függelékeket) otthoni elolvasása előzze meg.

2.2) **Mérés erősítőkkel és az adatgyűjtő kártyával.** Ezután kerül sor a hagyományos erősítők bekapcsolására, és az ezekkel való mérésre. Erre fordítsunk több időt és figyelmet, mert bár itt minden részt könnyű megérteni, meg kell szokjuk a zajmérések technikáját. Az eredmények többségét azonnal ki is értékelhetjük. Ne feledjük, ha otthon döbbenünk csak rá a kiértékelés közben, hogy nincs is értékelhető jelünk, akkor már késő!

A termoelemek jelét egy-egy erősítőbe vezetjük (1. ábra). Ennek tápellátását kétszeresen stabilizált tápegységek látják el annak érdekében, hogy áthallásoktól és hálózati zavaroktól mentes legyen. Első fokozata a teljes jelet fogadja és erősíti. A következő fokozat szétválasztja a jel DC szintjét és a rajta ülő fluktuációkat.

A leválasztás úgy történik, hogy a felerősített feszültségjelet elágaztatjuk, és egyik ágát közvetlenül (egy emitterkövetőn keresztül) vezetjük ki DC jelű kimeneten,
míg a másik ág először egy felüláteresztő (alulvágó) szűrőn, egy RC tagon megy keresztül, amelynek vágási frekvenciája: 0.03 Hz. Ezt követi a további erősítés, majd egy emitterkövető, és végül a jel megjelenik az AC kimeneten. Ennek megfelelően a DC kimeneten valójában a teljes, erősített jel jelenik meg. Azonban ha egy voltmérőt kapcsolunk rá, akkor a nem zérus értéket fogjuk mérni (Miért?).

Ellenőrző kérdés:
E5: Miért célszerű az emitterkövetők közbeiktatása?



1. ábra A termoelem erősítő és jelleválasztó tömbvázlata

3. Adatgyűjtés

A mérés során lépésről lépésre az alapoktól felépítünk egy adatgyűjtő rendszert a LABVIEW szoftver segítségével. Ehhez a részletes használati útmutatót a mérőhelyen találjuk meg előkészítve, ami alapján elvégezhetjük a mérőkártya inicializálását, valamint analóg jelek digitalizálását (és részben a feldolgozását is).

FIGYELEM! A fűtést önhatalmúan bekapcsolni tilos! Bármilyen veszélyhelyzet (üvegtörés, vízkiömlés, vízkiforrás stb.) esetén először az áramtalanítást végezzük el!

Gyakorlati tanácsok és útmutatások a méréshez:
Végezzünk próbamérést! (Arra vigyázzunk, hogy ne adjunk meg olyan paramétereket, amely több órás mérést definiál!). Mivel a fűtőszál még nem működik, nagyon kicsiny, szinte zérus hőmérsékletfluktuációt fogunk látni, de ezzel begyakorolhatjuk a mérést, és az adatok megtekintését. (Ha fűtés közben gyakorolnánk, akkor a gyors vízmelegedés miatt elveszíthetünk a 20-80 °C-os vízhőmérséklethez tartozó idő intervallumból egy jelentős hányadot.) Ha már úgy tűnik, hogy a szoftvert biztosan tudjuk kezelni, akkor kérjük meg a felügyelő tanárt, hogy kapcsolja be a fűtést!

Amint bekapcsolták a fűtőáramot, állítsuk az autotranszformátoron a teljesítményt 30-35%-ra, és végezzünk el újból egy mintavételezést. Ha a mintavételezéssel készen vagyunk, akkor mindig tekerjük nullára az autotranszformátort. A víz további (intenzív) fűtését így meg tudjuk szüntetni arra az időszakra, amíg a mért jellel foglalkozunk. Még egyszer felhívjuk a figyelmet arra, hogy ha a hőmérséklet meghaladja a 80 °C-ot, akkor a méréssel le kell állni, és meg kell várni hogy a víz legalább 20 °C-ot hűljön. A mérést csak ezután lehet folytatni.

Vizsgáljuk meg a mért jeleket! Azt tapasztalhatjuk, hogy a mért hőmérséklet fluktuációk amplitúdója jelentősen megnövekedett. A feladat az, hogy a fűtőteljesítményt akkorára állítsuk be, hogy jelentős amplitúdót mérjünk, de ne menjen telítésbe a mérőkártya jele. Az ADC kártya 12 bites, maximális felbontása 4096 feszültség szint, azaz a ± 2 V-ot 4096 részre osztja. Ha a jel amplitúdója meghaladná a ±2048 értéket (azaz az 2 V-ot), akkor az ADC túlcsordul. Egyes ADC kártyák túlcsordulás esetén a negatív oldalról újra növekvő értékeket adnak. A mi kártyánk nem ilyen. Túlcsordulás esetén telítődik, azaz amíg a jel nagyobb mint 2 V, addig mindig „2048” értéket mutat.

Ellenőrző kérdés:
E6: Hogyan torzul a spektrum abban az esetben, ha a kártya ADC-je túlcsordul?

A feladatunk tehát olyan mérési állapotot létrehozni, amikor a jel maximális amplitúdója a maximum érték 10% és 90%-a között van. Ezeket rövid próbaméréssel állítsuk be. Amikor biztosak vagyunk abban, hogy jó a beállításunk, akkor végezzünk egy normál mérést. A hosszú mérés időtartamát válasszuk meg úgy, hogy az autospektrum várható pontossága 25%-nál jobb legyen!

A mérőprogram paraméterezésekor az alábbiakat vegyük figyelembe:
- Az utólagos adatfeldolgozás (FFT) gyorsabb, ha a minták száma 2 valamely hatványa. Mi 1024 adatpontot tartalmazó minta-blokkokat használunk.
- A minta-blokkok számának növelése a mérés hosszát növeli; a hosszabb mérés viszont hosszabb átlagolást is jelent, ami a mérés pontosságát növeli!
- Egy sztochasztikus jel szórása a Fourier-transzformáció során nem változik meg
- Egy sztochasztikus jel szórása $\sigma \approx \frac{1}{\sqrt{N}}$, ahol N az átlagolások (itt a minta-blokkok) száma.

Ellenőrző kérdés:
E7: Milyen hosszú mérést kellene végezni ahhoz, hogy az impulzusválasz-függvény várható pontossága 5%-nál jobb legyen?

Ha sikerült egy megfelelő felvételt készítenünk (természetesen fűtés közben, hiszen ehhez kerestük az optimális amplitúdót), akkor lényegében készen is vagyunk a méréssel és következhet az adatfeldolgozás. NE FELEJTSÜK EL szabad szemmel megtekinteni fűtés közben az üvegben a fűtőfelület közelében kialakuló felfelé tartó áramlást! FIGYELEM! NE érjünk az üveghez!

4. Kiértékelések

Az adatfeldolgozást előre megírt IDL programmal végezzük, szintén a mérőhelyen található útmutató alapján.
A mérés során létrehozott adatfile jól olvasható az IDL segítségével, amivel előállíthatók a kért függvények. A létrehozott állomány struktúráját az 1. melléklet tartalmazza.

A kiértékelés során:

- Az időfüggvényeket elemezve, a fluktuációk időbeli eltolódásából becsülje meg az áramlási sebességet
- Számítsa ki a három termoelempár közötti keresztkorrelációs, és impulzusválasz-függvényeket, keresse meg bennük az időkéséshez tartozó csúcsot, olvassa le az időkéséseket, végül számítsa ki az áramlás sebességét. Értelmezze a többi csúcsot is, és magyarázza el mit hogyan kapott meg!
- Ábrázolja együtt a keresztspektrum fázisfüggését és koherenciáját! Mindkét függvényt lineáris skálán ábrázolja (fázis: -180:180°, koherencia: 0:1 között)! Keresse meg a fázis függvény olyan lineáris szakaszát, ahol a koherencia függvény 1-hez közeli, majd határozza meg a szakasz meredekségét, és ezzel a módszerrel is számítsa ki az áramlás sebességét!

Kérjük, hogy a beszámoló tartalmazza a mért jelek autokorrelációs- és keresztkorrelációs függvényeit, impulzusválaszfüggvényeit, valamint a keresztspektrum fázisfüggését (a frekvenciától), és a koherencia függvényeket is! Minden ábra jelentését kérjük, magyarázzák meg néhány mondattal! Ezek alapján a mérés pontosságát már nemcsak nagyságrendileg (elvileg) lehet meghatározni, hanem pontosan is. Ehhez vegyük figyelembe, hogy a koherencia a szórást (1/koherencia) értékkel növeli meg! A spektrumok szórását egyszerűen az átlagolás alapján számítsuk (nem várjuk el a negyedik momentummal történő mérési bizonytalanság becslését).

1. Melléklet
A LABVIEW szoftver segítségével gyűjtött adatok szerkezete

Az alábbiakban az adatfile fejléce, és az első 3 adatsor látható. A további feldolgozáshoz nekünk csak az adatsorokra van szükségünk, vagyis az első 23 sort el kell hagyni. Az adatok a beállításaink szerint szöveges formátumúak, tabulátorral vannak elválasztva, és csak 1 fejléc szerepel a file-ban.

```
LabVIEW Measurement
Writer_Version	0.92
Reader_Version	1
Separator	Tab
Multi_Headings	No
X_Columns	No
Time_Pref	Absolute
Operator	ellab
Date	2007/08/27
Time	12:32:20,167131
***End_of_Header***

Channels	3
Samples	2500	2500	2500
Date	2007/08/27	2007/08/27	2007/08/27
Time	12:32:30,223217	12:32:30,223217	12:32:30,223217
Y_Unit_Label	Volts	Volts	Volts
X_Dimension	Time	Time	Time
X0	0.0000000000000000E+0	0.0000000000000000E+0	0.0000000000000000E+0

Delta_X	0.004000	0.004000	0.004000
***End_of_Header***
X_Value	Voltage	Voltage0	Voltage1	Comment
	-0.012207	0.024414	0.092773
	-0.012207	0.021973	0.095215
	-0.012207	0.024414	0.092773
```

2. Melléklet
A sztochasztikus méréstechnikában használt célfüggvények és számításuk (avagy mire kellene emlékeznünk korábbi tanulmányaink alapján)

Egy időjel i(t) **Fourier transzformáltja:**

$I(i\omega)\int_{-\infty}^{\infty} i(t)\cdot \mathrm{e}^{-i\omega t}dt$, ennek inverze $i(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(i\omega)\mathrm{e}^{i\omega t}d\omega$

A jel autokorrelációs függvénye:

$ACF(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty} i(t)\cdot i(t+\tau)dt$ megmutatja, hogy a jel mennyire hasonlít önmagára τ eltolási értékre. Ennek a függvénynek a maximuma mindig a zérus argumentumnál van. Sztochasztikus jelek esetében a függvény abszolút értéke nagyobb eltolások felé csökken, a függvény félszélessége fordítottan arányos a sávszélességgel. A periodikus komponensek a periódusidőnek megfelelő maximumokat hoznak létre az autokorrelációs függvényben.

<u>**Elméleti feladat:**</u>
Gyakorlásképpen számítsa ki egy egyszerű szinusz jel autokorrelációs függvényét!

Két jel $i_1(t)$, $i_2(t)$ közötti **keresztkorrelációs függvény:** $CCF_{12}(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty} i_1(t)\cdot i_2(t+\tau)dt$

Ennek a függvénynek a maximuma már nem a zérus argumentumnál van. A főszövegben bemutattuk, hogy időkésés esetén éppen az időkésésnek megfelelő argumentumnál van a maximuma.

A jel **teljesítmény sűrűség függvénye** (angolul Auto Power Spectral Density, APSD), röviden autospektruma, a teljesítmény (effektív érték) frekvencia szerinti eloszlását mutatja, és úgy számítható ki: $APSD(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} ACF(\tau)\mathrm{e}^{-i\omega\tau}d\tau=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} i(t)\cdot i(t+\varphi\tau)\mathrm{e}^{-i\omega\tau}dt\,d\tau=$

...................$=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} i(t)\cdot i(t+\varphi\tau)\mathrm{e}^{-\omega t}\cdot\mathrm{e}^{i\omega t}\cdot\mathrm{e}^{-i\omega\tau}dt\,d\tau=I^*(i\omega)I(i\omega)$

Az autokorrelációs függvény szimmetriájából következik, hogy az autospektrum valós függvény, a fenti levezetés egyben a kiszámításának módját is mutatja: az időjel Fourier transzformáltjának és annak komplex konjugáltjának a szorzataként állítható elő. Ha a Fourier transzformáltat gyors Fourier transzformálttal állítjuk elő (Fast Fourier Transformation, FFT), akkor jelentős időnyereséget könyvelhetünk el. Ez a nyereség akkora, hogy még a kerülő úton, (inverz FFT-vel) számított autokorrelációs függvény kiszámítása is gyorsabb a fenti módon kapott autospektrumból, mint a direkt ACF számítása.

Keresztspektrum

$CPSD(i\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} CCF(\tau)\mathrm{e}^{-i\omega\tau}d\tau=...=I_2^*(i\omega)\cdot I_1(i\omega)$

komplex függvény

$CPSD(i\omega)=|CPSD(\omega)|\cdot\mathrm{e}^{i\varphi(\omega)}$

ahol $\varphi(\omega)$ a fázis frekvencia függése. Erről láttuk be a törzsszövegben, hogy egyszerű késleltetésnél ez lineárisan függ a frekvenciától.

$\boxed{\varphi(\omega)=\theta\cdot\omega.}$

Becslő függvények előállítása átlagolással
A mérések hossza véges. Egy rekordból, ami N pontból áll N/2 lineárisan független spektrumértéket lehet előállítani. Ha a mintavételezett jel sztochasztikus, akkor a mérési bizonytalansága első közelítésben 100%-nak tekinthető. Ennek megfelelően az N/2 becsült spektrumérték mérési bizonytalansága: 100% / 2 , amivel aligha lehetünk elégedettek. Ezért több (K) mérést csinálunk, (amelyek lehetőleg legyenek függetlenek), és az átlagukat vesszük. Ily módon a 10%-os megbízhatósághoz kb. 64 db N pontos tömböt kell mérnünk, azoknak a spektrumait kiszámítani és átlagolni. Ezek csak közelítő értékek a megbízhatóság becslésében. Valójában egy második momentum jellegű mennyiség (a spektrum) megbízhatóságát úgy számíthatjuk ki, hogy a negyedik momentum kiszámításából indulunk ki. (Bővebben lásd Bendat-Piersol)[4]

A fenti képletekben nem az időbeni átlagot kell feltüntetnünk, hanem a sokaság szerinti átlagolást. Ezt bracket-tel jelöljük, mint a kvantummechanikában, (de ez azért nem teljesen azonos azzal, bár formailag, és statisztikailag minden azonos)
$APSD = \langle I^*(i\omega), I(i\omega) \rangle$

Mintavételezés
A digitális számítógépek végleg(?) kiszorították az analóg számítógépeket. Ezért jeleinket mintavételezni kell, mielőtt a fenti (és további) függvény-értékeket becsülni tudnánk. A mintavételezés valójában az eredeti jel megszorzását jelenti delta függvények sorozatával, amelyek dt távolságra állnak egymástól. Ennek megfelelően ez a mintavételező függvény periodikus függvény, hiszen érvényes rá: $f(t) = f(t + nT)$. A periódusidő persze itt: dt. A periodikus függvény spektruma természetesen az $\omega_0 = 2\pi/dt$ frekvencián jelentkező vonalas spektruma van. Az időtérbeli szorzásnak a frekvencia térben a két spektrum konvolúciója felel meg. Ebből következik, hogy tartanunk kell magunkat a korábban mintavételezési tételhez (lásd még Nyquist kritérium vagy Shannon tételhez), ami tömören fogalmazva azt mondja ki, hogy a mintavételi frekvenciának meg kell haladnia a jelben található legmagasabb frekvencia kétszeresét, ha azt akarjuk, hogy a konvolúciók miatt fellépő átlapolások szétválaszthatók legyenek, azaz ne lépjenek fel „hazug” frekvenciák (aliasing).

Ablakfüggvények
Mérésünk mindig véges, míg a fenti meghatározásokban szereplő definíciók végtelen integrálokat tartalmaznak (maga a Fourier sorfejtést is végtelen harmonikus összegeként képzeljük el). Lényegében ez azt jelenti, hogy a végtelen jelből a méréssel kivágunk egy részt. A kivágást lényegében az ablakfüggvénnyel hajtjuk végre. Amennyiben az ablak valamennyi pontját egységgel súlyozzuk, akkor négyszög (boxbar) ablakról beszélünk. Megtanultuk korábban, hogy ez az ablak csak akkor ideális, ha néhány periodikus komponensből áll a jelünk, és azok periódusainak egész számú többszöröse az ablakhossz. Miden más esetben a „kifolyás” jelensége (az ablak végi ugrások miatt) jelentősen torzított (szétkent) spektrumot kapunk. Egyetlen szinuszjel spektrumvonala így végtelen sok összetevőre hasad fel. Ezen a Hanning ablak segítségével tudunk javítani. Minden olyan jelnél, amely sztochasztikus, javasolható ennek használata. Ne feledjük el, hogy ilyenkor az ablak szélén lévő mért pontokat lesúlyozzuk és ezt úgy állíthatjuk helyére, hogy 50%-os átlapolásokat alkalmazunk az egymás mellett mért N elemű tömböknél.

4 J.S.Bendot, A.G. Piersol: Random Data: Analysis and measurement procedures, John Wiley & Sons, 1971, pp.184-212

Koherencia

$$COH_{12} = \frac{CPSD_{12}}{\sqrt{APSD_1 \cdot APSD_2}} = \frac{\langle I_2^*(i\omega), I_1(i\omega)\rangle}{\sqrt{\langle I_1^* I_1\rangle\langle I_2^* I_2\rangle}}$$

Vegyük észre, hogy a koherencia egy átlagolásra egyenlő 1-gyel, azaz 100%-os. Ez azt jelenti, hogy 100%ról indul és ahogy nő az átlagolások száma úgy tart a várható értékéhez!
Vegyük észre azt, is, hogy ha csak egy zajforrás van, és nincs másik forrás és detektálási zaj sem, akkor a koherencia egyenlő 1-gyel. Az a koherencia azt mutatja meg, hogy mekkora súllyal van jelen a mindkét jelben meglévő komponens, a mindkét jelben nem azonos forrásból származó (pl. detektálási zaj) komponensekhez képest.

Transzfer függvény

$$i_{ki}(t) = \int_{-\infty}^{t} h(t-\tau)\, i_{be}(\tau)\, d\tau$$

Ennek frekvenciatérbeli megfelelője $H_{12}(i\omega) = \frac{I_{ki}(i\omega)}{I_{be}(i\omega)}$ lenne, ha nem lennének detektálási és más zajok. Azok miatt helyesebb a $H_{12}(i\omega) = \frac{CPSD_{12}}{APSD_1}$ becslő eljárást alkalmazni. (Vezesse le miért!)

Impulse response (belépő impulzusra adott válasz)

Ha $h_1(t) = \delta(t)$, akkor a $h_2(t)$ valójában az erre adott impulzusválasz egyenlő lesz a $h(t)$ függvénnyel.

Innen nem nehéz rájönni, hogy ha nincs bemenő impulzusunk, de van stacioner zaj folyamatunk, akkor megmérve a H_{12} átviteli függvényt, annak inverz Fourier transzformációjával előállíthatjuk az impulzusválasz-függvényt (lásd a törzsszöveget!).